



SIT  
Servizio di Taratura in Italia

TITOLO

**LINEA GUIDA PER LA TARATURA DI BILANCE**

Identificazione: SIT/Tec-003/03

Revisione: 0

Data 2003-01-10

Pagina 1 di 40

Annotazioni:


COPIA CONTROLLATA N°

CONSEGNATA A:

COPIA NON CONTROLLATA N°


CONSEGNATA A:

0	Emissione	2003-01-10	A. Cappa .....	M. Mosca.....
Revisione	Descrizione	Data	Redazione	Approvazione

 <p>SIT Servizio di Taratura in Italia</p>	TITOLO <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DI BILANCE</b>		
Identificazione: SIT/Tec-003/03	Revisione: 0	Data 2003-01-10	Pagina 2 di 40

## Indice

- 1 - Scopo
  - 2 – Campo di applicazione
  - 3 – Riferimenti
  - 4 – Considerazioni preliminari
    - 4.1 – Tipi di strumenti
  - 5 – Operazioni preliminari e attrezzatura necessaria
    - 5.1 – Bilance di tipo elettronico
  - 6 – Sensibilità all’ eccentricità del carico
  - 7 – Ripetibilità
    - 7.1 Stima dello scarto tipo e dell’incertezza di ripetibilità della bilancia
  - 8 – Linearità
    - 8.1 - Possibili complementi alla misurazione della linearità
    - 8.2 - Correzioni della non linearità
      - 8.2.1 – Correzione da tabella
    - 8.3 – Calcolo dell’incertezza composta di taratura
    - 8.4 – Incertezza estesa di taratura
  - 9 – Uso della bilancia
    - 9.1 – Indicazioni corrette
    - 9.2 - Incertezza composta d’uso della bilancia
  - 10 – Calcolo del polinomio interpolatore
    - 10.1 – Incertezza composta della correzione con polinomio interpolatore
  - 11 – Il polinomio interpolatore nell’uso della bilancia
    - 11.1 – Indicazioni corrette
    - 11.2 – Incertezza d’uso della bilancia con il polinomio interpolatore
  - 12 – Stesura del Certificato di taratura (o rapporto di taratura)
  - 13 - Conclusioni
- Appendice 1: Esempio di taratura di una bilancia
- A1 Elaborazione che non tiene conto delle correlazioni
  - A2 Elaborazione che tiene conto delle correlazioni (matriciale)
- Appendice 2: Facsimile di Certificato di taratura di una bilancia (con elaborazione semplificata)
- Appendice 3: Facsimile di Certificato di taratura di una bilancia (con elaborazione matriciale)

 <p>SIT Servizio di Taratura in Italia</p>	TITOLO <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DI BILANCE</b>		
Identificazione: SIT/Tec-003/03	Revisione: 0	Data 2003-01-10	Pagina 3 di 40

## LINEA GUIDA PER LA TARATURA DI BILANCE

Parole chiave:

Bilancia, taratura, massa, scarto tipo, incertezza, ripetibilità, linearità.

### 1 - Scopo

Questo documento è stato redatto per fornire le linee guida necessarie a chi ha la responsabilità di elaborare le procedure per la taratura di strumenti per pesare o bilance, definiti secondo quanto contenuto in [1, 2 e 3], garantendo la riferibilità delle misure [14]. Le misure che si descrivono permettono l'identificazione di tre parametri fondamentali: la risposta a carichi non centrati, la ripetibilità e la linearità. Le procedure illustrate sono adatte a caratterizzare uno strumento per pesare nelle sue condizioni operative e non vanno confuse con le prove di conformità a modello o di omologazione.


### 2 - Campo di applicazione

Le indicazioni che qui si forniscono sono dedicate, in modo specifico, alle bilance di tipo elettronico che prevedono il movimento manuale dei carichi. Per le bilance di portata superiore ai 60 kg, in cui i carichi devono essere mossi con l'ausilio di sollevatori o altro tipo di automatismo, i principi che qui sono introdotti devono essere applicati tenendo delle singole specificità. Per le bilance meccaniche, di tipo analitico, la cui indicazione è ottenuta dall'equilibrio di masse interne con il carico, le indicazioni qui fornite non sono sufficienti, è necessario tarare le masse interne, ad esempio, con il metodo introdotto in [15]. L'applicazione del metodo di taratura qui descritto alle microbilance (di portata inferiore a 20 g) deve tener conto che tali bilance sono da usarsi principalmente come comparatori di massa.

Nei paragrafi 5, 6, 7 e 8 si descrivono le operazioni preliminari e quelle necessarie per effettuare la misura della sensibilità ai carichi eccentrici, la ripetibilità, e la linearità dello strumento, il loro recepimento nella procedura di taratura è indispensabile per garantire la riferibilità. Nei paragrafi 9 e 10 si danno ulteriori indicazioni, per l'analisi delle indicazioni della bilancia nel suo uso normale e per l'eventuale calcolo del polinomio interpolatore ed il suo uso.

### 3 - Riferimenti

- [1] UNI CEI EN 45501 "Aspetti metrologici di strumenti per pesare non automatici", Gennaio 1998
- [2] 90/384/CEE "Direttiva del Consiglio del 20 giugno 1990 sull'armonizzazione delle legislazioni degli stati membri in materia di strumenti per pesare a funzionamento non automatico"
- [3] OIML R111 "International recommendation on weights of classes E<sub>1</sub>, E<sub>2</sub>, F<sub>1</sub>, F<sub>2</sub>, M<sub>1</sub>, M<sub>2</sub>", 1994
- [4] David. B. Prowse "The calibration of balances", Commonwealth Scientific and Industrial Research Organisation, Australia 1985
- [5] A. Cappa, M. Plassa "Procedura per il controllo di bilance monopiatto a due coltelli e a carico costante", IMGC rapporto interno P75, dicembre 1981
- [6] UNI 4546 "Misure e misurazioni; termini e definizioni fondamentali", Novembre 1984
- [7] OIML R33 "Valeur conventionnelle da resultat des pesées dans l'air", 1973

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO		
	<b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DI BILANCE</b>		
Identificazione: SIT/Tec-003/03	Revisione: 0	Data 2003-01-10	Pagina 4 di 40

[8] A. Cappa, M. Mosca "Procedura per la caratterizzazione di strumenti per pesare non automatici con autoindicazione di tipo elettronico digitale", IMGC rapporto interno P184, maggio 1992

[9] ISO/TAG 4 "Guide to the expression of uncertainty in measurement" 1993 recepita in UNI CEI ENV 13005 "Guida all'espressione dell'incertezza di misura", Luglio 2000

[10] Beck J.V., Arnold K.J. "Parameter estimation", John Wiley & Sons, New York, London, Sydney, Toronto - 1977

[11] EA-4/02 "Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration" ex EAL-C2, Dec. 2000

[12] M. Mosca "Calibration of the Linearity of Balances Scales taking account of the Uncertainty in the Variables", XIV IMEKO World Congress, 1-6 June 1997 Tampere, Finland

[13] A. Cappa, M. Mosca "La taratura del valore convenzionale di massa di corpi fisici", SIT/IMGC, Agosto 2000.

[14] UNI CEI EN ISO/IEC 17025 "Requisiti generali per la competenza dei laboratori di prova e di taratura" Novembre 2000.

[15] A. Cappa, M. Mosca "Caratterizzazione di bilance", IMGC rapporto interno P228, aggiornamento marzo 1998.


#### **4 – Considerazioni preliminari**

La sempre maggior attenzione rivolta al controllo di qualità [14] ha, negli ultimi anni, fortemente incrementato l'interesse per i metodi di taratura degli strumenti utilizzati per la verifica della qualità della produzione. Nel campo degli strumenti per pesare, le normative disponibili non sempre rispondono pienamente all'attesa. Esistono norme e raccomandazioni, nazionali ed internazionali, per scopi metrico legali [1, 2, 3] (ricadono in questo ambito le bilance impiegate in transazioni commerciali), che stabiliscono i metodi per verificare se gli strumenti sono idonei agli usi consentiti dalla legge. Per la loro complessità e per gli scopi che si propongono sono difficilmente utilizzabili da chi deve stabilire le caratteristiche dello strumento nelle sue condizioni operative e in funzione del suo utilizzo in campo scientifico, metrologico o industriale, per il controllo della produzione. Le norme metrico-legali, anche se non direttamente utilizzabili, sono, comunque, un utile punto di riferimento per chi voglia sviluppare metodi di taratura per le bilance.

Nelle misure in cui è previsto l'uso di campioni di massa tarati, si presuppone che di questi sia noto il "valore convenzionale di massa", inteso come "la massa di un campione avente la densità uguale a  $8000 \text{ kg m}^{-3}$  alla temperatura di  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ , il quale equilibra, su una bilancia ideale, il corpo in aria avente densità  $1,2 \text{ kg m}^{-3}$  alla temperatura di  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ " [7].

##### **4.1 Tipi di strumenti**

Si adotta la terminologia presente in [1 e 3]. Tuttavia, non essendo argomento del presente lavoro la distinzione, operata in ambito metrico legale, tra divisione reale dello strumento (d) e divisione di verifica (e), si adotta il termine "unità di formato" (*uf*) [6]. Per strumenti di tipo analogico, l'unità di formato coincide con la divisione della scala della graduazione, per strumenti digitali essa è la minima variazione del segnale (formato) di uscita, quindi coincide con la divisione reale (d). Non viene pertanto presa in considerazione la classe di accuratezza dello strumento, ma è opportuno effettuare una classificazione degli strumenti in

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO		
	<b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DI BILANCE</b>		
Identificazione: SIT/Tec-003/03	Revisione: 0	Data 2003-01-10	Pagina 5 di 40

relazione al campo di pesatura e alla sua suddivisione. In tal senso si distinguono le seguenti tipologie:

strumento ad un campo di pesatura - Si tratta di uno strumento dotato di un solo campo di pesatura tra la portata minima (Min) e la portata massima (Max) ed avente una sola divisione di scala ( $uf$ ).

strumento con divisioni plurime - Si tratta di uno strumento dotato di un solo campo di pesatura compreso tra Min e Max e suddiviso in campi di pesatura parziali aventi ciascuno una divisione ( $uf_i$ ) della scala differente e portate minime ( $Min_i$ ) e massime ( $Max_i$ ) parziali. Il campo di pesatura viene determinato automaticamente seconda il carico applicato, sia con carichi crescenti che decrescenti. Ogni campo di pesatura dovrà essere tarato come se fosse uno strumento a se stante.

strumento a campi plurimi - In questo caso, lo strumento ha più campi di pesatura con portata massime ( $Max_i$ ) differenti e divisioni ( $uf_i$ ) della scala diverse per lo stesso dispositivo ricevitore del carico, ogni campo di pesatura comincia da zero (Min) fino alla portata massima. Di questa categoria è molto diffuso il tipo di strumenti in cui avviene la commutazione automatica della divisione qualora venga superata la portata massima prevista nei campi inferiori, tale commutazione non avviene al decrescere del carico fino al raggiungimento dell'indicazione di zero.

## **5 - Operazioni preliminari e attrezzatura necessaria**


La caratterizzazione di una bilancia deve avvenire nel sito di utilizzo, eventuali eccezioni devono essere giustificate tecnicamente ed annotate nel certificato.

Prima di iniziare l'effettuazione delle misure vere e proprie occorre annotare tutte le caratteristiche della bilancia in taratura, dalla ditta costruttrice, al numero di matricola, alle caratteristiche metrologiche riportate sul manuale d'istruzioni, oltre ad eventuali peculiarità dello strumento. Se possibile, deve essere annotato, e riportato nel certificato, il condizionamento software dello strumento.

Si effettui quindi un'ispezione generale dello strumento per accertarsi che sia in condizioni di funzionamento ordinarie e non presenti evidenti anomalie meccaniche od elettriche.

Si controlli poi l'installazione della bilancia, che dovrà essere adeguata alla incertezza che si intende ottenere nell'uso normale dello strumento. Si devono verificare la sensibilità del supporto alle vibrazioni, la stabilità termica della stanza, la distanza da possibili fonti di turbolenza dell'aria e di disturbi elettromagnetici. Si devono annotare nel certificato quelle cause che possano alterare il funzionamento della bilancia, anche in modo momentaneo, modificando i parametri oggetto della presente misurazione.

Nella taratura si utilizzeranno dei campioni di massa corredati del relativo certificato di taratura, che dovrà essere valido, in base a quanto prescritto dal Sistema Qualità, ed indicarne la riferibilità. Dal punto di vista metrologico, la scelta della pesiera vincola l'incertezza che si otterrà dalla caratterizzazione (vedi §8). E' opportuno scegliere, per minimizzarne l'effetto sull'incertezza di taratura, una pesiera con incertezza estesa di taratura inferiore a  $0,29 uf$  della bilancia sottoposta a taratura. Nella tabella 0 sono riportate le classi delle pesiere da scegliere, in funzione della portata e della unità di formato della bilancia, in ottemperanza al criterio predetto.

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO		
	<b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DI BILANCE</b>		
Identificazione: SIT/Tec-003/03	Revisione: 0	Data 2003-01-10	Pagina 6 di 40

*Tabella 0 – Guida alla scelta della pesiera da usarsi per minimizzare l'effetto sull'incertezza di taratura della bilancia*

Portata bilancia	Unità di formato ( <i>uf</i> ) della bilancia									
	0,1 µg	1 µg	10 µg	100 µg	1 mg	10 mg	100 mg	1 g	10 g	100 g
≤ 50 kg							E2	F2	M2	M3
≤ 20 kg							E2	F2	M2	M3
≤ 10 kg					E1	E1	F1	M1	M3	M3
≤ 5 kg					E1	E2	F2	M2	M3	M3
≤ 2 kg				E1	E1	E2	F2	M2	M3	M3
≤ 1 kg				E1	E1	F1	M1	M3	M3	
≤ 500 g				E1	E2	F2	M2	M3	M3	
≤ 200 g			E1	E1	E2	F2	M2	M3	M3	
≤ 100 g			E1	E1	F1	M1	M3	M3		
≤ 50 g			E1	E1	F1	M1	M3	M3		
≤ 20 g		E1	E1	E2	F2	M2	M3	M3		
≤ 10 g		E1	E1	E2	F2	M2	M3			
≤ 5 g	E1	E1	E1	E2	F2	M2	M3			
≤ 2 g	E1	E1	E1	E2	F2	M2	M3			
≤ 1 g	E1	E1	E1	E2	F2	M2				


Durante le misurazioni la bilancia deve essere in equilibrio termico con l'ambiente, a tale proposito si deve:

- accendere la bilancia almeno dodici ore prima dell'inizio della taratura;
- porre, prima dell'inizio delle operazioni, le pesiere in prossimità della bilancia. Per il tempo di attesa utilizzare la tabella 00.

Durante le misure la temperatura deve essere rilevata e non subire variazioni oltre a  $\pm 2$  °C, per le tarature effettuate con pesiere di classe  $E_1$  o  $E_2$ , oltre a  $\pm 5$  °C, per tarature effettuate con le altre pesiere, salvo che per le tarature delle grandi bilance fatte in installazioni esterne.

Tra le operazioni preliminari è molto importante quella effettuata per rendere la bilancia sottoposta a taratura in equilibrio termico in presenza dell'operatore. Si deve prevedere la ripetizione di almeno una decina di pesature con un carico superiore al 50% della portata della bilancia. Le indicazioni di queste misure, probabilmente affette da una evidente deriva, non saranno registrate. La durata di questa operazione non deve essere inferiore a 10 minuti.

Si procederà, quindi, alla determinazione del tempo minimo di stabilizzazione  $t$ . Caricata la bilancia con un carico prossimo al massimo, si rilevino le letture ad intervalli di qualche secondo, continuando i rilevamenti per un periodo almeno doppio di quello di apparente stabilizzazione. Si ripeta tale operazione al carico minimo; il tempo  $t$  sarà assunto come il più lungo tra i due periodi determinati. Noto il tempo di stabilizzazione  $t$ , in funzione delle operazioni di carico e scarico previste, si fisserà un tempo  $T$  di intervallo tra le letture, da mantenere costante per tutte le prove. Questo dovrà tener conto oltre che di  $t$ , anche dei tempi necessari per muovere i carichi attorno alla bilancia e per posizionarli correttamente nel ricettore di carico.

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO		
	<b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DI BILANCE</b>		
Identificazione: SIT/Tec-003/03	Revisione: 0	Data 2003-01-10	Pagina 7 di 40

*Tabella 00 - Tempi di stabilizzazione termica delle masse in funzione della differenza di temperatura iniziale  $\Delta T$  tra massa e bilancia.*


$\Delta T$	Valore della massa	Classe E1	Classe E2	Classe F1	Classe F2
$\pm 20\text{ }^\circ\text{C}$	1000, 2000, 5000 kg <sup>1</sup>	-	-	79 h	5 h
	100, 200, 500 kg <sup>1</sup>	-	70 h	33 h	4 h
	10, 20, 50 kg	45 h	27 h	12 h	3 h
	1, 2, 5 kg	18 h	12 h	6 h	2 h
	100, 200, 500 g	8 h	5 h	3 h	1 h
	10, 20, 50 g	2 h	2 h	1 h	0,5 h
	< 10 g	1 h			
$\pm 5\text{ }^\circ\text{C}$	1000, 2000, 5000 kg <sup>1</sup>	-	-	1 h	1 h
	100, 200, 500 kg <sup>1</sup>	-	40 h	2 h	1 h
	10, 20, 50 kg	36 h	18 h	4 h	1 h
	1, 2, 5 kg	15 h	8 h	3 h	1 h
	100, 200, 500 g	6 h	4 h	2 h	0,5 h
	10, 20, 50 g	2 h	1 h	1 h	0,5 h
	< 10 g	1 h			
$\pm 2\text{ }^\circ\text{C}$	1000, 2000, 5000 kg <sup>1</sup>	-	-	1 h	0,5 h
	100, 200, 500 kg <sup>1</sup>	-	16 h	1 h	0,5 h
	10, 20, 50 kg	27 h	10 h	1 h	0,5 h
	1, 2, 5 kg	12 h	5 h	1 h	0,5 h
	100, 200, 500 g	5 h	3 h	1 h	0,5 h
	< 100 g	0,5 h			

### 5.1 - Bilance di tipo elettronico

Si intende per bilancia elettronica uno strumento che dispone al suo interno di un trasduttore che trasforma la forza attuata dalla massa del carico sul ricettore in un segnale elettrico, che dopo opportuno condizionamento, fornisce l'indicazione di uscita dello strumento. Per strumenti a divisioni plurime, cioè con più di un campo di pesatura parziale, la taratura deve essere ripetuta per ogni campo di pesatura parziale. Per gli strumenti a campi plurimi, in cui non si può parlare di campi parziali, si indicano le prescrizioni minime a cui attenersi nei paragrafi successivi.

Molti dei trasduttori utilizzati nelle bilance elettroniche possono presentare una rilevabile sensibilità al momento magnetico residuo e alla permeabilità magnetica del carico. Una prova semplice, che dà indicazioni di tipo qualitativo, si può fare utilizzando un carico di valore prossimo alla portata, costituito da un oggetto di materiale ferromagnetico e da un distanziale di materiale paramagnetico (ad esempio legno, alluminio o plastica), atto ad allontanare l'oggetto dal ricettore del carico di circa la metà della sua massima dimensione. Tale carico verrà pesato due volte, la prima con il distanziale sovrapposto all'oggetto, la seconda con il distanziale interposto tra piattello e massa ferrosa. Una eventuale differenza tra le letture indicherà la sensibilità del trasduttore all'effetto sopra segnalato.

<sup>1</sup> Si considera, per le masse superiori a 50 kg, la classificazione effettuata dalla OILM R111, revision May1, 2002

 <p>SIT Servizio di Taratura in Italia</p>	TITOLO <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DI BILANCE</b>		
Identificazione: SIT/Tec-003/03	Revisione: 0	Data 2003-01-10	Pagina 8 di 40

## 6 – Sensibilità all'eccentricità del carico

Scopo della misura è di verificare eventuali anomalie nel funzionamento della bilancia imputabili alla sensibilità dello strumento al decentramento del carico sul ricettore di carico (piattello); queste anomalie sono spesso piuttosto evidenti quando il decentramento del carico supera la metà della semidiagonale (o del raggio) del piattello ed il carico si avvicina alla portata massima.

E' da notare, inoltre, che l'effetto sulla lettura spesso non è proporzionale al decentramento ed all'entità del carico applicato, e quindi non è consentita l'estrapolazione a situazioni diverse da quelle effettivamente verificate. Per fissare le particolarità operative della misurazione si tenga conto delle seguenti distinzioni:

### a) Strumenti per pesare con carico appoggiato.

Si tratta di strumenti dotati di un ricettore del carico a piatto o a piattaforma di forma relativamente semplice ed avente uno o più punti di appoggio. Le modalità di misura variano in relazione al numero di punti di appoggio:


- *strumenti dove il ricettore del carico non ha più di quattro punti di appoggio:*  
vengono identificate tre o quattro zone di caricamento più una centrale, il carico, possibilmente composto da un solo campione di massa, viene applicato ad una distanza dal centro compresa tra la metà ed un terzo della semidiagonale oppure del raggio, per piattelli di forma circolare, si veda fig. 1, schema A.  
Carico sarà circa 1/3 della portata massima della bilancia.
  - *strumenti dove il ricettore del carico ha  $n > 4$  punti di appoggio:*  
il carico viene disposto su ciascun appoggio su una superficie pari ad  $1/n$  della superficie totale del ricettore (schema C).  
Carico sarà circa  $1/(n-1)$  della portata massima della bilancia.
- Nel caso in cui due punti di appoggio siano troppo vicini per ospitare tutto il carico (es. pese ferroviarie), si raddoppia la superficie e si dispone un carico doppio ai lati dell'asse congiungente i due punti di appoggio.

Esistono particolari strumenti per pesare che non presentano ricettori del carico di forma semplice, ma si possono assimilare a questa categoria utilizzando opportuni accessori di caricamento (es. *transpallet* pesatore).

### b) Strumenti per pesare con carico sospeso.

Si tratta di strumenti fissi che prevedono la sospensione del carico. Il ricettore del carico, generalmente costituito da un gancio, può essere fisso o mobile. Nel caso in cui il gancio sia fisso ma consenta la rotazione intorno all'asse verticale, viene effettuata una misurazione in quattro diverse posizioni angolari (schema D). Qualora il gancio ricettore del carico abbia la possibilità di spostarsi sul ricettore del carico (per esempio su rotaia) la misurazione avviene posizionando il carico in due posizioni laterali più una centrale (schema E). Il carico è circa uguale alla portata massima.

Quando il ricettore del carico è costituito da una piattaforma sospesa le misurazioni avvengono con le modalità previste al punto a).

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO		
	<b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DI BILANCE</b>		
Identificazione: SIT/Tec-003/03	Revisione: 0	Data 2003-01-10	Pagina 9 di 40

c) Strumenti per pesare sospesi.

In questo caso lo strumento è interamente sospeso ad un organo di sostegno, unitamente al carico.

Il ricettore del carico è generalmente costituito da un gancio e pertanto la misurazione avviene analogamente a quella illustrata al punto precedente mediante rotazione su diverse posizioni angolari (schema D). Il carico è circa uguale alla portata massima.

d) Strumenti per pesare con possibilità minima di decentramento del carico.

Si tratta di strumenti che presentano minime possibilità di decentramento del carico, anche in seguito alle caratteristiche del carico stesso (ad es. serbatoi o tramogge); la misurazione avviene applicando un carico, pari almeno a 1/10 della portata massima, in corrispondenza dei punti di appoggio o di sospensione.

Per strumenti dove non esiste la possibilità di decentrare il carico la misura non viene eseguita motivando la scelta mediante apposita nota sul certificato.

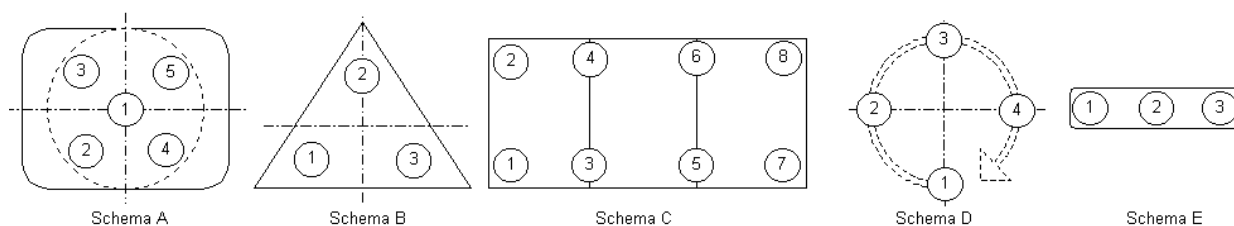


Fig. 1 - Posizioni del carico per la misurazione e la sensibilità all'eccentricità del carico

La massa utilizzata per la misurazione non è necessariamente tarata.

Quando i carichi sono movimentati a mano, per assicurare la ripetibilità di questa misura è bene utilizzare un supporto in materiale paramagnetico, opportunamente sagomato, inciso o disegnato per indicare la posizione dei carichi. Un foglio di carta, con un disegno che indichi le posizioni, è utile a questo scopo.

Tabella 1

Posizione	Letture $L$ /g
1	xxx
2	xxx
3	xxx
4	xxx
5	xxx
1	xxx

temperatura iniziale: ....


temperatura finale: .....

intervallo tra letture: .....

umidità relativa iniziale: ...

umidità relativa finale .....

$$\text{diff}L_{\max} = L_{\max} - L_{\min}$$

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO		
	<b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DI BILANCE</b>		
Identificazione: SIT/Tec-003/03	Revisione: 0	Data 2003-01-10	Pagina 10 di 40

Nella tab. 1 è riportato lo schema di rilievo dei dati per una bilancia a carico appoggiato, con ricettore del carico dotato di non più di quattro punti di appoggio (fig. 1, Schema A). In modo analogo si costruiscono tabelle per gli altri schemi di misura, valutando caso per caso come calcolare la massima differenza possibile tra le posizioni indicate.

Qualora la misurazione debba essere condotta con masse di valore maggiore o uguale a 5 kg, è consigliabile l'uso di un dischetto di materiale paramagnetico di qualche centimetro di diametro, da interporre tra la massa ed il piattello, in modo da controllare con precisione il punto di applicazione del carico.

Il parametro  $\text{diff}L_{\max}$  rappresenta la differenza tra il valore massimo e quello minimo delle letture  $L$ .

Si puntualizza che questa misurazione va considerata, per il suo carattere di preliminarità, un mezzo per accertare l'opportunità di eseguire sullo strumento le successive misure di carattere metrologico oppure la necessità di un intervento di manutenzione straordinaria sulla meccanica della bilancia, qualora si evidenziassero valori di  $\text{diff}L_{\max}$  di parecchie unità di formato. Nel caso quest'ultima eventualità si verifichi, è opportuno verificare l'intenzione del Cliente ed eventualmente procedere ad un riesame del contratto. Si potrà segnalare nel certificato se  $\text{diff}L_{\max}$  risultasse superiore a tre volte il valore dello scarto tipo della bilancia (vedi 7.1, formula 4).

## 7 - Ripetibilità

Dato l'uso che generalmente viene fatto delle bilance elettroniche, la ripetibilità dello strumento viene espressa dal dato che si riferisce a pesate per lettura diretta, cioè a come si ripeta la lettura di una bilancia se uno stesso oggetto viene ripetutamente posto sul suo piatto.

Per gli strumenti ad un campo di pesatura, la misurazione va eseguita ad almeno due livelli di carico, cioè a pieno carico (Max) e a circa metà della portata ( $\frac{1}{2}$  Max), utilizzando delle masse non necessariamente tarate, ma di qualità idonea a garantire una buona stabilità, e deve comprendere un numero  $n$  di letture con il carico di misura, intervallate da letture al carico minimo (Min), che nella stragrande maggioranza dei casi corrisponderà a zero. Per gli strumenti con divisioni plurime la misurazione si ripete, per i due livelli di carico previsti, per ogni campo di pesatura parziale. Per gli strumenti a campi plurimi la ripetibilità si misura a due livelli di carico prossimi a Max e  $\frac{1}{2}$  Max.

Circa il numero  $n$  di letture da ripetere da adottare, tenendo conto delle norme metriche legali [1, 2 e 3], questi sarà normalmente non inferiore a 10. Potrà ridursi a 6 (bilance di classe I e II) o addirittura a 3 (bilance di classe III e IIII o carichi superiori a 1000 kg). Se  $n$  è minore di 10 si dovrà effettuare il computo dei gradi di libertà e del fattore di copertura, venendo meno, secondo la EA-4/02, l'ipotesi di distribuzione di probabilità normale della variabili casuali.

Lo schema della misurazione è riportato nella tabella 2. Si noterà che la tabella è suddivisa in due settori, quello superiore che riporta le letture  $L_i$  ed  $L_c$  per ogni carico e quello inferiore che riporta i dati riassuntivi del comportamento della bilancia.

Le letture  $L_c$ , corrette per la deriva, sono calcolate come segue:

$$L_{ci} = L_i - 0,5 (L_{\min i-1} + L_{\min i+1}) \quad \text{con } i = 2,4,\dots \quad (1)$$

Nelle caselle del settore riassuntivo della tabella 2 compaiono, riferite alla colonna corrispondente, il valore medio (media), il valore massimo (max) e il valore minimo (min).


 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DI BILANCE</b>		
	Identificazione: SIT/Tec-003/03	Revisione: 0	Data 2003-01-10

Tabella 2

<i>i</i>	carico ....			carico .....		
	Min	carico misura		Min	carico misura	
	$L_{min}$ /g	$L$ /g	$L_c$ /g	$L_{min}$ /g	$L$ /g	$L_c$ /g
1	xxx			xxx		
2		xxx	xxx		xxx	xxx
3	xxx			xxx		
4		xxx	xxx		xxx	xxx
5	xxx			xxx		
21	xxx			xxx		

media	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx
max	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx
min	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx
$s_L$	xxx			xxx		
$s$	xxx			xxx		

temperatura iniziale: ..... temperatura finale: ..... intervallo tra letture: ....  
 umidità iniziale: ..... umidità finale: .....

### 7.1 - Stima dello scarto tipo e della incertezza di ripetibilità della bilancia


Lo scarto tipo  $s_L$  di una bilancia è il parametro largamente utilizzato per descrivere la sua capacità di ripetere la stessa indicazione in corrispondenza dello stesso carico. I dati in tab. 2 permettono di stimare lo scarto tipo in modo non polarizzato rispetto alla deriva. Si deve tener conto che i dati  $L_c$  non sono tra loro statisticamente indipendenti a causa di come sono stati ricavati con la (1). Una trattazione formalmente corretta richiede calcoli con formule matriciali.

In modo semplificato si può procedere nel modo seguente: si calcola  $L_{cm}$  il valore medio delle letture corrette per la deriva:

$$L_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^n L_{ci}}{n} \quad (2)$$

e  $s_L$  applicando:

$$s_L = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (L_{ci} - L_{cm})^2}{n-1}} \quad (3)$$

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DI BILANCE</b>		
	Identificazione: SIT/Tec-003/03	Revisione: 0	Data 2003-01-10

dove  $n$  è il numero di valori  $L_c$  osservati (nell'esempio di tab. 2,  $n = 10$ ). Questo modo di procedere, molto semplice, non è corretto da un punto di vista teorico poiché non tiene conto delle correlazioni statistiche che esistono tra i vari valori  $L_{ci}$ . E' comunque accettabile perché si può dimostrare che è comunque sempre una sovrastima del valore  $s_L$  che si calcola con metodo statistico corretto. L'incertezza composta di ripetibilità  $u_B$  della bilancia si calcola tenendo conto oltre che di  $s_L$  anche dell'unità di formato  $uf$ :

$$u_B = \sqrt{s_L^2 + \frac{uf^2}{12}} \quad (4)$$

E' importante quest'ultima operazione per evitare che, proprio con bilance con basso numero di divisioni disponibili, in cui l'evento del rilievo dello scarto tipo  $s_L$  dia casualmente risultato nullo, non vengano segnalate come *bilance a incertezza di ripetibilità nulla*. L'incertezza di ripetibilità della bilancia, in base alla (4), non può essere inferiore a circa un terzo della sua risoluzione. Il numero di gradi di libertà con cui si è trovato lo scarto tipo della bilancia è pari a  $\nu_L = n - 1$ .

Circa la stima statisticamente completa dello scarto tipo, la trattazione completa della materia esula dagli obiettivi di queste note e si può trovare in letteratura [10]. Qui accenneremo alle formule risolutive. La relazione tra il vettore colonna  $L$  (i dati delle prime due colonne della tab. 2) delle letture e il vettore  $L_c$  (letture corrette per la deriva, terza colonna di tab. 2) si può scrivere come:

$$L_c = \mathbf{D} L = \begin{pmatrix} -0,5 & 1 & -0,5 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & -0,5 & 1 & -0,5 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & 0 & 0 & -0,5 & 1 & -0,5 \end{pmatrix} L \quad (5)$$

Nell'ipotesi che le letture  $L$  siano equiprobabili e non covarianti la matrice di covarianza del vettore  $L$  può essere scritta con:


$$\psi_L = s_L^2 \mathbf{I}(2n + 1)$$

dove  $s_L$  è il parametro che ci serve per stimare  $u_B$  e  $\mathbf{I}(2n + 1)$  è la matrice identità di rango  $2n + 1$  (con  $n$  numero dei valori  $L_c$ , nell'esempio dei tab. 2,  $n = 10$ ).

Il vettore  $L_c$  sarà accompagnato una matrice di varianza-covarianza:

$$\psi_{L_c} = \mathbf{D} \psi_L \mathbf{D}^T = s_L^2 \mathbf{D} \mathbf{D}^T = s_L^2 \begin{pmatrix} 1,5 & 0,25 & 0 & \dots \\ 0,25 & 1,5 & 0,25 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & 0 & 0,25 & 1,5 \end{pmatrix} = s_L^2 \psi \quad (6)$$

Si osserva che il rango di  $\psi_L$  è  $2n + 1$ , mentre il rango di  $\psi$  e di  $\psi_{L_c}$  è  $n$ .

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DI BILANCE</b>		
	Identificazione: SIT/Tec-003/03	Revisione: 0	Data 2003-01-10

Il valore medio degli elementi di  $L_c$  viene stimato con:

$$L_{cm} = [\mathbf{u}(n)^T \boldsymbol{\Psi}^{-1} \mathbf{u}(n)]^{-1} \mathbf{u}(n)^T \boldsymbol{\Psi}^{-1} L_c \quad (2bis)$$

e:

$$s_L^2 = \frac{[L_c - \mathbf{u}(n)L_{cm}]^T \boldsymbol{\Psi}^{-1} [L_c - \mathbf{u}(n)L_{cm}]}{n-1} \quad (3bis)$$

dove  $\mathbf{u}(n)$  è un vettore colonna unitario di  $n$  elementi.

Anche in questo caso si deve applicare ancora la (4) per tener conto dell'unità di formato dello strumento:

$$u_B = \sqrt{s_L^2 + \frac{uf^2}{12}} \quad (4bis)$$

## 8 - Linearità

Con questa misurazione ci si prefigge di verificare, su tutto il campo di misura, la corrispondenza tra l'indicazione della bilancia e il carico applicato, misurando la correzione che deve essere aggiunta all'indicazione e la sua incertezza estesa.

Poiché i trasduttori usati comunemente non sempre sono lineari, si riscontravano spesso, almeno in passato, significativi difetti di linearità in vari punti della scala. Non è quindi sufficiente verificare il corretto funzionamento a pieno carico, ma occorre rilevare una vera e propria curva di taratura, che potrà poi essere data sotto forma di tabella o di grafico o, meglio ancora, di polinomio interpolatore. Durante questa misurazione l'eventuale autoregolazione con massa interna non deve essere attivata se non una volta, prima dell'inizio. Analogamente, per quegli strumenti con sistema di regolazione manuale esterno, detta operazione deve, eventualmente, essere fatta prima dell'inizio della taratura.

Durante questa misura è molto importante che i campioni di massa siano posti esattamente al centro del ricettore di carico. E' bene usare, a questo scopo, sagome centratrici di materiali paramagnetico, come fogli di carta con il disegno del centro. Eventuali carichi composti con più campioni verranno posti sul ricettore di carico con gli elementi sovrapposti, se possibile. Per l'esecuzione di questa misurazione occorre evidentemente una serie di masse tarate, con incertezza adeguata all'incertezza di taratura della bilancia che si vuole ottenere (vedi § 5). Se la portata massima dello strumento supera 1000 kg è lecito l'uso di zavorra per costituire il carico. In questo caso si devono seguire le prescrizioni contenute in [1], il calcolo dell'incertezza dovrà, naturalmente tener conto di questo fatto.

La misurazione consiste in  $m$  letture, a carichi equipazati su tutto il campo di pesata, ripetute almeno due volte, con carico crescente e con carico decrescente. Le letture sotto carico sono intervallate da letture a carico Min.


 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO		
	<b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DI BILANCE</b>		
Identificazione: SIT/Tec-003/03	Revisione: 0	Data 2003-01-10	Pagina 14 di 40

Tabella 3

n.	$M$ V. nom /g	$M_c$ V. certif /g	carico crescente				carico decrescente				$\Delta M$ correzione /g	$U(\Delta M)$ Incertezza /g	
			$L$ lettura /g	$L_c$ Lett. Cor /g	$\Delta M_1$ $M_C - L_C$ /g	$\Delta Z$ diff.zeri /g	n.	$L$ lettura /g	$L_c$ Lett. Cor /g	$\Delta M_2$ $M_C - L_C$ /g			$\Delta Z$ diff.zeri /g
1	Min	xxx	xxx	xxx	xxx		41	xxx	xxx	xxx		xxx	xxx
2	$M_1$	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	40	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx
3	Min	xxx	xxx				39	xxx					
4	$M_2$	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	38	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx
5	Min	xxx	xxx				37	xxx					
...							...						
20	$M_{10}$	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	22	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx
21	Min	xxx	xxx				21	xxx					

Temperatura iniziale ...

Temperatura finale ...

Umidità iniziale ...

Umidità finale ...

Intervallo di lettura ...

$$L_{Ci} = L_i - \frac{1}{2}(L_{i-1} + L_{i+1})$$

per  $i = 2, 4, 6, \dots$

$$\Delta Z_i = L_{i-1} - L_{i+1}$$

$$\Delta M_i = \frac{1}{2}(\Delta M_{1i} + \Delta M_{2i}) \text{ media delle correzioni}$$

$$U(\Delta M) = K \sqrt{(s_1 + \dots + s_n)^2 + u_B^2 + \frac{(k_i \Delta t M_{\max})^2}{3}} ; \text{ si veda } \S 8.3, \text{ formula (11)}$$

dove:  $M$  = valore nominale del carico applicato

$M_c$  = valore certificato del carico

$L$  = lettura della bilancia

$L_c$  = letture corrette dall'effetto di deriva

$(s_1 + \dots + s_n)$  = incertezza tipo composta del carico


$\Delta M_{1,2}$  = correzioni  $M_c - L_c$  per carichi crescenti e decrescenti

$\Delta Z$  = differenza tra ogni lettura a carico Min e la successiva

$U(\Delta M)$  = incertezza estesa di taratura

$K$  = fattore di copertura

$u_B$  = incertezza composta di ripetibilità

	TITOLO		
	<b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DI BILANCE</b>		
Identificazione: SIT/Tec-003/03	Revisione: 0	Data 2003-01-10	Pagina 15 di 40

Il numero  $m$  deve essere scelto tenendo conto sia della normativa esistente sia delle esigenze di affidabilità della misura. Normalmente si adotta  $m = 11$ , scegliendo i carichi all'incirca uguali a:

$$\text{Min, Min} + 0,1 (\text{Max} - \text{Min}), \text{Min} + 0,2 (\text{Max} - \text{Min}), \dots, \text{Max}$$

Eccezionalmente, su richiesta del cliente o per motivi particolari,  $m$  può scendere fino a 5. In questo caso si usano i carichi all'incirca uguali a:

$$\text{Min, Min} + 0,25 (\text{Max} - \text{Min}), \text{Min} + 0,5 (\text{Max} - \text{Min}), \dots, \text{Max}$$

Quando si adotta un  $m$  inferiore a 10, mai comunque inferiore a 5, vengono meno le condizioni di affidabilità previste in [11] per la possibile applicazione della formula semplificata di calcolo dell'incertezza estesa (14) per cui si dovrà usare la (13) e calcolare il numero di gradi libertà. In questo caso, inoltre, il calcolo dell'incertezza composta deve essere effettuato come in § 8.3 formule (11 e 12). Se si prevede che la bilancia venga frequentemente utilizzata per ulteriori carichi, diversi da quelli equispaziati, questi verranno inseriti nella prova.

Per bilance a divisioni plurime ogni campo parziale sarà oggetto di misurazioni a carico crescente e decrescente, come previsto per le bilance ad un campo di pesatura. Per le bilance a campi plurimi, è ammessa la misurazione per soli carichi crescenti, si può non ripetere la misurazione della linearità con carichi decrescenti. Per bilance di portata superiore ai 60 kg, con trasduttori a celle di carico estensimetriche, si può non ripetere la misurazione della linearità con carichi decrescenti o crescenti, effettuando la caratterizzazione nel modo previsto per l'uso. L'elaborazione dati dovrà essere modificata di conseguenza.

Nel caso generale, bilancia ad un solo campo di pesatura, la sequenza delle letture è riportata nella tabella 3. Si calcolerà innanzi tutto la lettura  $L_c$ , corretta per la deriva.

$$L_{ci} = L_i - 0,5 (L_{i-1} + L_{i+1}) \quad \text{per } i = 2, 4, \dots \quad (8)$$

In seguito si potranno calcolare gli scostamenti  $\Delta M_1$  e  $\Delta M_2$  per carichi crescenti e decrescenti, tenendo conto dei valori presenti sui certificati delle masse impiegate  $M_c$ :


$$\Delta M_{1i,2i} = M_{ci} - L_{ci} \quad \text{per } i = 2, 4, \dots$$

e il  $\Delta M$  medio, per ogni carico :

$$\Delta M_i = \frac{1}{2} (\Delta M_{1i} + \Delta M_{2i}) \quad \text{per } i = 2, 4, \dots \quad (9)$$

Le espressioni (8) e seguenti sono espresse in unità di massa nell'ipotesi che la sensibilità della bilancia sia quella nominale. Nella tabella 3 sono riportati anche per ogni carico diverso dal minimo, le differenze  $\Delta Z$  tra le letture di carico minimo direttamente precedente e seguente, dalle quali si ottengono informazioni su isteresi e deriva a breve termine del trasduttore.

Per usi particolari, come previsto per bilance a campi plurimi o di portata superiore a 60 kg, si potrà tener conto della caratteristica della bilancia a carico crescente o decrescente, mentre in generale si effettueranno le correzioni a partire dalla media dei due comportamenti.

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO		
	<b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DI BILANCE</b>		
Identificazione: SIT/Tec-003/03	Revisione: 0	Data 2003-01-10	Pagina 16 di 40

### 8.1 - Possibili complementi alla misurazione della linearità

La misurazione della linearità può essere modificata in funzione del tipo di informazione che si vuole ottenere dalla bilancia nel suo normale esercizio. La prova precedente caratterizza bene uno strumento che si intende usare con pesata per lettura diretta. Se la bilancia deve essere usata per dosaggi o per pesate in cui i carichi si accumulino sul piattello, con o senza letture intermedie, si modifichi lo schema precedentemente proposto, eliminando tutte le letture a carico minimo (Min) intermedie. Così la bilancia viene provata con carichi continuativamente crescenti, prima, e decrescenti, poi. Si deve impiegare una serie di campioni di opportuna combinazione che permetta la crescita monotona dei carichi.

L'elaborazione dovrà essere modificata utilizzando  $L$  in luogo di  $L_c$ , non più definita, la differenza tra carichi minimi contigui  $\Delta Z$  non è più rilevabile. L'isteresi è evidenziata dalla differenza tra letture con carico crescente e decrescente.

### 8.2 - Correzioni della non-linearità

La differenza degli strumenti di calcolo può dar luogo ad almeno due diversi modi di elaborazione dei dati di tab. 3 che si vedranno qui di seguito e poi nel § 10, inoltre nel calcolo dell'incertezza si è tenuto conto della eventuale impossibilità ad effettuare correzioni.

#### 8.2.1 - Correzione da tabella

Il calcolo del polinomio interpolatore (che vedremo al paragrafo successivo) è il metodo matematicamente raccomandato per ovviare a difetti di linearità della scala, tuttavia è certamente lecito procedere alla linearizzazione usando direttamente la tabella 3, i valori  $\Delta M$  non direttamente rintracciabili in detta tabella potranno essere interpolati tra quelli esistenti.

Se  $L$  è la lettura della bilancia corrispondente ad un qualunque misurando, il suo valore convenzionale di massa  $M$  (se la temperatura è 20 °C e la densità dell'aria 1,2 kg m<sup>-3</sup>) si potrà trovare come:

$$M = L + \Delta M \quad (10)$$


Risulta chiara a questo punto l'esigenza di effettuare le prove di linearizzazione su **tutta** la scala **in uso** della bilancia usando un passo costante, eventuali valori particolarmente significativi potranno essere inseriti come elementi **ulteriori**.

Nella tabella riassuntiva del certificato di taratura dovranno comparire, accanto ai valori nominali di carico, a cui la bilancia è stata provata, la correzione  $\Delta M$  e l'incertezza estesa di taratura (vedi § 8.3 e § 8.4).

### 8.3 - Calcolo dell'incertezza composta di taratura

Intendiamo con il termine "incertezza di taratura" quel parametro che si associa al risultato della taratura che indica la dispersione dei risultati che possono ragionevolmente essere attribuiti al misurando. Nel certificato devono essere fornite all'Utente tutte le informazioni che gli consentano il corretto utilizzo dei risultati della taratura.

Si suppone che l'operatore abbia agito nel migliore dei modi, quindi si deve tener conto solo della ripetibilità e linearità della bilancia. Se si usa la linearizzazione tramite la correzione  $\Delta M$  di tab. 3 e sue interpolazioni lineari, l'incertezza composta, per ogni passo della scala, vale:

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO		
	<b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DI BILANCE</b>		
Identificazione: SIT/Tec-003/03	Revisione: 0	Data 2003-01-10	Pagina 17 di 40

$$u(\Delta M)^2 = (s_1 + \dots + s_n)^2 + u_B^2 + \frac{(k_t \Delta t M_{\max})^2}{3} \quad (11)$$

dove:  $s_1, \dots, s_n$  sono le incertezze combinate dei campioni impiegati nel gradino di carico,  $u_B$  è il valore di incertezza di ripetibilità composta della bilancia al carico immediatamente superiore a quello in esame,  $k_t$  è il coefficiente di sensibilità termica della bilancia, in  $^{\circ}\text{C}^{-1}$  (vedi tab. 5).  $\Delta t$  è la differenza di temperatura massima che si è rilevata durante la taratura,  $M_{\max}$  il valore della massa più grande impiegata nella taratura.

Se a carichi maggiori si fossero riscontrati valori di  $u_B$  minori, si terrà conto del massimo  $u_B$ . Si osservi, che data la definizione di  $u_B$  dalla (4) deve essere  $u(\Delta M) \geq \frac{uf}{2\sqrt{3}}$ . Se

si suppone che  $\nu_m$  sia il grado di libertà delle masse (uguale per tutti i carichi) e  $\nu_L$  il grado di libertà dello scarto tipo della bilancia; il grado di libertà effettivo della taratura sarà:

$$\nu = \frac{u(\Delta M)^4}{\frac{(s_1 + \dots + s_n)^4}{\nu_m} + \frac{u_B^4}{\nu_L}} \quad (12)$$

#### 8.4 - Incertezza estesa di taratura

Nel precedente paragrafo abbiamo calcolato l'incertezza composta tipo e i gradi di libertà della taratura tenendo. L'incertezza estesa  $U$  permette di definire un campo, attorno al valore stimato della misura  $y$ , da  $y - U$  a  $y + U$  dove si ritiene si accumulino i valori attribuiti al misurando entro un certo livello di fiducia. Il livello di fiducia generalmente accettato è di circa il 95% (95,45). Si passa dall'incertezza tipo composta  $u_c$  a quella estesa moltiplicando per il fattore di copertura  $K$ .

Tabella 4

Gradi di libertà	$K$
1	13,97
2	4,53
3	3,31
4	2,87
5	2,65
6	2,52
7	2,43
8	2,37
9	2,28
10	2,25
12	2,23
15	2,18
20	2,13

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DI BILANCE</b>		
	Identificazione: SIT/Tec-003/03	Revisione: 0	Data 2003-01-10

$$U(\Delta M) = K u(\Delta M) \quad (13)$$

Dal numero di gradi di libertà  $\nu$  si ricava il coefficiente  $K$  dalla tabella 4 (vedi [9 e 11]).

Il documento [11] tuttavia prevede che, se le variabili aleatorie che intervengono sono a distribuzione di probabilità normale (gaussiana) e le stime delle grandezze in oggetto di misura sono sufficientemente affidabili, si calcoli, in modo approssimato:

$$U = 2 u \quad (14)$$

con fattore di copertura  $K = 2$  senza procedere alla valutazione del numero di gradi di libertà dell'esperimento.

L'incertezza tipo composta di categoria A (che è stata ottenuta da ripetute osservazioni) non è sufficientemente affidabile se non si sono effettuate almeno dieci osservazioni.

Quindi l'uso della (14) è limitato, nel caso della taratura di bilance, al caso in cui si sia valutato lo scarto tipo della bilancia con almeno 10 risposte diverse allo stesso carico e la linearità almeno 10 carichi diversi. Nei casi in cui si voglia ridurre la complessità operativa della misurazione, riducendo il numero di misure, si dovrà effettuare il calcolo completo dei gradi di libertà e si applicherà la (12).

## 9 – Uso della bilancia

Effettuata la taratura di uno strumento, è importante fornire all'utente indicazioni precise su come utilizzare i dati forniti dalla tarature per un corretto uso dello strumento. Il contenuto di questo capitolo non è incluso tra i risultati che devono essere forniti nei certificati di taratura. Il calcolo delle correzioni e dell'incertezza della bilancia in uso è responsabilità del suo utente e non di chi effettua la taratura. Il certificato di taratura può essere accompagnato da indicazioni utili per il calcolo dell'incertezza d'uso. Qualora la bilancia sia usata come comparatore, con il metodo della doppia pesata in cui confrontano la massa di un campione con quella dell'oggetto da misurare, si rimanda a [13]. Nel caso, assai diffuso in ambito industriale e presso laboratori di analisi, in cui si usi la bilancia come campione con il metodo della lettura diretta, si può usare il metodo qui descritto.

### 9.1 - Indicazioni corrette

Posto un carico di massa  $M$  sul ricettore di carico si otterrà dalla bilancia la lettura  $L$ ; l'indicazione  $I$  della bilancia, corretta dagli effetti individuati, si otterrà da:

$$I = L + \Delta M + \delta m_t + \delta m_m + \delta m_e + \delta m_o \quad (15)$$


dove:  $\Delta M$  : correzione per la non linearità,

$\delta m_t$  : correzione per la sensibilità della bilancia alla variazione della temperatura,

$\delta m_e$  : correzione per la sensibilità della bilancia a carichi non perfettamente centrati,

$\delta m_m$  : correzione per la sensibilità della bilancia a carichi magnetici,

$\delta m_o$ : correzioni per effetti vari dovuti all'interazione con l'ambiente e l'operatore.

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DI BILANCE</b>		
	Identificazione: SIT/Tec-003/03	Revisione: 0	Data 2003-01-10

La correzione  $\Delta M$  per la non linearità della bilancia è stata ricavata seguendo il §8.2 ed è riportata nel certificato di taratura per un numero limitato di carichi. Il suo valore può essere interpolato per carichi intermedi; nel capitolo successivo descriveremo un metodo per ricavare un polinomio di interpolazione su tutto il campo di misura che permetterà di ricavare con continuità la correzione da applicare alla lettura dello strumento. In alcuni casi si preferisce considerare trascurabili le correzioni dovute alla non linearità e assumere  $\Delta M = 0$ , questo comporta non trascurabili effetti nel calcolo dell'incertezza.

La correzione per la sensibilità della bilancia alla variazione di temperatura può essere stimata a partire da:

$$\delta m_t = k_t L \Delta t \quad (16)$$

dove:  $k_t$  è il coefficiente di sensibilità termica della bilancia, in  $^{\circ}\text{C}^{-1}$ .

$\Delta t$  è la differenza di temperatura tra l'istante d'uso della bilancia e la taratura.

Il coefficiente  $k_t$ , che non è normalmente oggetto di una misura diretta durante la taratura della bilancia, è un parametro mal conosciuto dagli stessi costruttori delle bilance e poco stabile. Qualora il costruttore non lo fornisca si può utilizzare la tab. 5 per una stima conservativa. Generalmente, però, si trascura l'effetto di questa correzione ( $\delta m_t \approx 0$ ) tenendone conto nella stima dell'incertezza.

Anche le correzioni  $\delta m_m$ ,  $\delta m_e$  e  $\delta m_o$ , a causa della poca ripetibilità della loro stima, vengono generalmente trascurate, salvo tenerne conto nella stima dell'incertezza.


## 9.2 - Incertezza composta d'uso della bilancia

L'uso dello strumento come comparatore di massa permette sicuramente di ottenere misurazioni della massa con incertezza minore, ma a scapito di procedure d'impiego più complesse. In questo caso è sufficiente la conoscenza di  $s$  al carico in uso. Qui si suppone, lo si ripete, che la bilancia venga usata con il metodo della lettura diretta e che vengano attuate tutte le necessarie operazioni, segnalate dal costruttore o dal buon senso metrologico, per ovviare alla deriva dello strumento (letture riferite al carico Min) e alle fluttuazioni del suo fattore di scala (autoregolazione, quando possibile).

Questa incertezza è di stretta competenza dell'Utente, il responsabile della taratura non è tenuto ad effettuarne il computo poiché le condizioni finali d'uso non ricadono sotto il suo controllo. Una relazione allegata al Certificato di taratura potrà contenere tutte le informazioni accessorie richieste dall'utente.

Effettuata la taratura della bilancia è noto la sua incertezza composta di ripetibilità  $u_B$  (4) e la sua incertezza composta di taratura (11). Il Certificato di taratura deve, infatti, accanto all'incertezza estesa, riportare le informazioni che permettano di ricostruire questo parametro, senza il quale è impossibile effettuare la propagazione dell'incertezza; in particolare è riportato il numero di gradi di libertà  $\nu$ . Si può assegnare ad ogni indicazione  $I$ , avendo effettuato le necessarie correzioni secondo la (15), una incertezza tipo composta (incertezza d'uso della bilancia) pari a:

$$u(I) = \sqrt{u(L)^2 + u(\Delta M)^2 + u(\delta m_t)^2 + u(\delta m_e)^2 + u(\delta m_m)^2 + u(\delta m_o)^2} \quad (17)$$

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DI BILANCE</b>		
	Identificazione: SIT/Tec-003/03	Revisione: 0	Data 2003-01-10

L'incertezza dell'indicazione della bilancia, così ottenuta, si distingue da quella della massa dell'oggetto che è stata posto sul ricettore di carico solo per l'effetto della spinta di galleggiamento, che deve essere stimata come in [13]. L'incertezza delle letture può essere valutata partendo dallo scarto tipo della bilancia  $s$  (4) o (4bis), assumendo il valore ricavato al carico immediatamente superiore o quello massimo tra quelli ricavati :

$$u(L) = u_B \quad (18)$$

L'incertezza dovuta alla correzione di non linearità si ricava dal Certificato di taratura, dove è stata inserita l'incertezza estesa di taratura  $U(\Delta M)$  assieme al valore del coefficiente di copertura  $K$  o ai gradi di libertà:

$$u(\Delta M) = U(\Delta M) / K \quad (19)$$

Qualora si suppongano trascurabili nella stima dell'indicazione corretta della bilancia gli effetti della non linearità, si dovrà considerare per tale variabile aleatoria una distribuzione di probabilità rettangolare (equiprobabile), a media nulla, con valore massimo pari alla correzione più grande, in valore assoluto,  $\Delta M_{\max}$  della correzione non effettuata. In questo caso sarà:

$$u(\Delta M) = \sqrt{\frac{\Delta M_{\max}^2}{3} + u(\Delta M)_{\max}^2} \quad (19bis)$$

dove:  $u(\Delta M)_{\max}$  è la massima incertezza tipo composta ricavabile dal certificato di taratura.

L'incertezza tipo  $u(\delta m_t)$  della bilancia dovuta a variazione delle condizioni termiche nel suo uso si ricava da:

$$u(\delta m_t) = \frac{K_t M \Delta t}{\sqrt{3}} \quad (20)$$

dove  $M$  è il valore della massa in misura,  $\Delta t$  è la differenza tra la temperatura media di taratura della bilancia e quella di funzionamento e  $K_t$  è il coefficiente di deriva termica della bilancia fornito dal costruttore (se questo non è noto si veda tab. 5).


Tabella 5

Numero di $uf$	$10^6 K_t / ^\circ\text{C}^{-1}$
> 300 000	3 ÷ 1,5
60 000 ÷ 300 000	6 ÷ 3
< 60 000	10 ÷ 6

L'incertezza tipo  $u(\delta m_e)$  della bilancia dovuto alla eccentricità del carico verrà valutata da:

$$u(\delta m_e) = \frac{\text{diff}L_{\max}}{\sqrt{3}} = u_E \quad (21)$$

dove  $\text{diff}L_{\max}$  è, ad esempio, la massima differenza tra le sei letture di tabella 1.

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO		
	<b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DI BILANCE</b>		
Identificazione: SIT/Tec-003/03	Revisione: 0	Data 2003-01-10	Pagina 21 di 40

Per quanto riguarda  $u(\delta m_m)$ , l'incertezza dovuta ad interazioni magnetiche tra l'oggetto da misurare e la bilancia, questo effetto non può essere oggetto che di sole prove di tipo qualitativo. Quando non è possibile pesare gli oggetti ad una distanza dal ricettore di carico tale da escludere tali interazioni magnetiche, è bene tener conto di:

$$u(\delta m_m) = 10^{-5} M \quad (22)$$

Infine la componente  $u(\delta m_o)$  viene introdotta per tener conto di situazioni ambientali particolari che non possano venire identificate ulteriormente.

E' opportuno osservare che nella (17) l'incertezza composta di ripetibilità della bilancia  $u_B$  compare due volte, l'una in  $u(L)$  e l'altra entro la determinazione di  $u(\Delta M)$ . Ciò è dovuto al fatto che l'utente finale della bilancia deve tener conto che il difetto di ripetibilità dello strumento interviene due volte nella sua catena di misure, la prima durante la taratura (quando si caratterizza la bilancia come campione) la seconda durante il suo utilizzo corrente (funzionamento da comparatore). Si osservi ancora che la (17) fornisce l'incertezza della lettura della bilancia. Quando si volesse calcolare l'incertezza della valore convenzionale di massa dell'oggetto che, posto sul ricettore del carico, ha prodotto tale lettura, si dovrebbero tener conto di altri effetti, si veda in merito [13].

Il numero di gradi di libertà effettivi  $\nu_{eff}$  associato a  $u_c(I)$  si valuta in modo approssimato con:

$$\nu_{eff} = \frac{u_c^4(I)}{\frac{u^4(\Delta M)}{\nu} + \frac{u^4(L)}{\nu_L}} \quad (23)$$

in quanto si può supporre che le correzioni per carico non centrato, per deriva termica, per interazioni magnetiche e per effetti ambientali diano luogo a incertezze di categoria B con un grado di libertà molto grande rispetto alle altre incertezze.


Si lascia comunque all'utente la valutazione di altri fattori, come altri effetti ambientali speciali, l'effetto umano, ecc... che devono essere tenuti in conto in un Sistema Qualità ben organizzato.

Stimata l'incertezza composta, il calcolo dell'incertezza estesa potrà farsi, moltiplicando per il fattore di copertura, come in § 8.4.

## 10 – Calcolo del polinomio interpolatore

L'utilizzo, attualmente diffuso, di consistenti risorse di calcolo permette di effettuare la correzione della lettura della bilancia, con continuità al variare del carico, utilizzando il polinomio interpolatore dei dati della prova di linearità. Qui non si descriveranno completamente i presupposti teorici del calcolo (vedi [10] e [12]), ma si riportano le formule risolutive. Come detto nel § 2, il calcolo del polinomio di interpolazione non è indispensabile sia presente come risultato della taratura.

Il problema di interpolazione consiste nel trovare i coefficienti  $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_p$  di un polinomio di grado  $p$ , che, nota la lettura  $L_{ci}$ , corretta rispetto al valore a carico minimo, permetta di ricostruire da essa, nel modo più fedele possibile, supponendo una relazione di tipo polinomiale, il valore della correzione  $c_i$  che bisogna sommare a  $L_{ci}$  per ricostruire il

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DI BILANCE</b>		
	Identificazione: SIT/Tec-003/03	Revisione: 0	Data 2003-01-10

valore della corrispondente della massa  $M_i$  che è stata caricata sulla bilancia. Per ogni coppia  $L_{ci} \div M_i$  presente in tab. 3 ci sarà un'equazione:

$$\alpha_0 + \alpha_1 L_{ci} + \alpha_2 L_{ci}^2 + \dots + \alpha_p L_{ci}^p = c_i = M_i - L_{ci} \quad (24)$$

Il grado  $p$  del polinomio deve essere fissato non superiore alla metà meno 1 del numero di gradini indipendenti che sono stati effettuati, in pratica un polinomio del secondo o terzo grado è quasi sempre sufficiente. Supponiamo che i valori delle letture  $L_c$  e dei carichi  $M_c$  siano inseriti in due vettori colonna  $L_c$  ed  $M$  di  $2m + 2$  elementi (ai  $2m$  carichi, e loro corrispondenti letture crescenti e decrescenti, si aggiungono gli zeri iniziale e finale). Si tratta di risolvere un sistema di  $2m + 2$  equazioni in  $p + 1$  incognite. Il sistema è sovradimensionato e presenta infinite soluzioni. Si descrive il modo per trovare quella che minimizza la somma degli scarti quadratici pesati [10].

Il calcolo deve essere condotto in modo matriciale. Si costruisce la matrice dell'interpolazione  $A$ :

$$A = [ 1 \quad L_c \quad L_c^2 \quad \dots \quad L_c^p ] \quad (25)$$

in cui le colonne sono le potenze crescenti fino a  $p$  del vettore  $L_c$ . Per trovare:

$$\alpha = [ \alpha_0 \quad \alpha_1 \quad \dots \quad \alpha_p ]^T$$

si deve risolvere il sistema di equazioni:


$$A \alpha = c = M - L_c \quad (24bis)$$

La definizione della matrice di varianza – covarianza di  $c$ ,  $\psi_c$ , richiede che si tenga conto di tre tipi di contributi. La conoscenza dei valori dei carichi  $M$  (la variabile d'ingresso dello strumento in esame) è accompagnata dalla conoscenza della loro matrice di varianza  $\psi_M$ . Analogamente, dalla caratterizzazione della ripetibilità dello strumento, fatta al precedente §7.1, si è ottenuta un'informazione sulla matrice di varianza delle letture  $L_c$ :

$$\psi_{L_c} = u_B^2 \psi + \frac{(k_t \Delta t M_{\max})^2}{3} \begin{pmatrix} 1 & \dots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

con:

- $u_B$  definito alla (4 e 4bis), si prenderà il massimo tra quelli ottenuti ai diversi carichi, e  $\psi$  alla (6);
- il secondo termine tiene conto del contenuto di incertezza introdotto dalla variazione di temperatura durante la taratura, in particolare durante la misura della linearità;
- $k_t$ , il coefficiente di sensibilità termica dello strumento è fornito dal costruttore, oppure ricavato dalla tabella 5;
- $\Delta t$  è la massima variazione di temperatura durante la misura della linearità;
- $M_{\max}$  è la massa di valore più grande usata nella misura della linearità;

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO		
	<b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DI BILANCE</b>		
Identificazione: SIT/Tec-003/03	Revisione: 0	Data 2003-01-10	Pagina 23 di 40

- la matrice quadrata, di dimensioni pari a  $\psi_{Lc}$ , tiene conto del fatto che l'effetto termico introduce correlazione statistica tra le letture, l'argomento dovrebbe essere affrontato con maggiore rigore, qui viene affrontato in modo conservativo.

Infine bisogna tener conto di un contributo  $\psi_m$  di incertezza del modello, in quanto la legge di tipo polinomiale è solo un'ipotesi, diversa potrebbe essere la vera legge fisica che lega  $M$  a  $L_c$ .

$$\psi_m = s_m^2 \mathbf{I}(2m + 2) \quad \text{con } \mathbf{I} \text{ la matrice identità di ordine } 2m + 2 \text{ e } s_m \text{ lo scarto tipo del modello; all'inizio si suppone } s_m = 0$$

$$\psi_c = \psi_M + \psi_{Lc} + \psi_m$$

Il metodo dei minimi quadrati pesati [10] permette di stimare un primo valore approssimato della soluzione:

$$\hat{\alpha} = (\mathbf{A}^T \psi_c^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \psi_c^{-1} \mathbf{c} \quad (26)$$

Se la distribuzione di probabilità delle variabili casuali interessate è di tipo gaussiano il  $X^2$  (si legga chi quadro) della approssimazione è atteso avere una stima uguale al numero di gradi di libertà del problema  $\nu = 2m + 1 - p$ . Il  $X^2$  si ricava da:

$$X^2 = (\mathbf{c} - \mathbf{A}\hat{\alpha})^T \psi_c^{-1} (\mathbf{c} - \mathbf{A}\hat{\alpha}) \quad (27)$$

Se  $X^2$  è minore o uguale a  $\nu$  significa che l'incertezza stimata nell'ipotesi di partenza di  $s_m$  uguale a zero è consistente con la casualità dell'interpolazione, non è necessario introdurre un'incertezza di modello. Se  $X^2$  è maggiore di  $\nu$ , l'incertezza è stata sottostimata, si può pensare che un consistente contributo dovuto al modello sia da prendere in considerazione, si aumenta  $s_m$  si ricalcola la (26) e (27) finché non si ottenga  $X^2 = \nu$ .

La stima della covarianza dei coefficienti si ricava da:


$$\psi_\alpha = (\mathbf{A}^T \psi_c^{-1} \mathbf{A})^{-1} \quad (28)$$

Dalla radice quadrata degli elementi diagonale di  $\psi_\alpha$  si può ricavare l'incertezza composta di ogni coefficiente  $\alpha_i$ :

$$u(\alpha_i) = \sqrt{\psi_{\alpha_{ii}}} \quad (29)$$

Noto il polinomio di coefficienti  $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_p$  ogni lettura  $l$  della bilancia potrà essere corretta per la non linearità sommandogli:

$$l + c = l + \alpha_0 + \alpha_1 l + \alpha_2 l^2 + \dots + \alpha_p l^p = l + \mathbf{a}\hat{\alpha} \quad (30)$$

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DI BILANCE</b>		
	Identificazione: SIT/Tec-003/03	Revisione: 0	Data 2003-01-10

con  $\mathbf{a} = [1 \quad l \quad \dots \quad l^p]$ .

Il numero di gradi di libertà per il processo di linearizzazione è:

$$\nu = 2m - p + 1 \quad (31)$$

Qualora non si conosca  $\psi_M$ , ma solo la incertezza tipo composta delle masse del carico, si utilizzerà la (26) e la (28) supponendo i valori di massa completamente correlati. Sia  $\mathbf{s}_M$  il vettore delle incertezze tipo dei campioni si ottiene:

$$\psi_M \cong \mathbf{s}_M \mathbf{s}_M^T \quad (32)$$

Se i carichi utilizzati sono costituiti dalla combinazione di più campioni si effettuerà la necessaria propagazione dell'incertezza, se non è nota la matrice di covarianza dei campioni si sommeranno le incertezze tipo  $u$ . Dal certificato di taratura delle masse si ricaverà anche il numero di gradi di libertà  $\nu_m$  di ciascuna di massa. Ad esempio, nel caso di un carico  $M$  costituita da  $M_1$  e  $M_2$ , sarà:

$$u(M) = u(M_1) + u(M_2) \quad (33)$$

Nel Certificato di taratura della bilancia dovranno comparire i valori dei coefficienti del polinomio, la loro matrice di covarianza, inoltre una tabella in cui compaiono accanto ai valori nominali lettura della bilancia quelli della correzione  $m_d - l_c$ , l'incertezza estesa (che si ricaverà da  $u(\alpha_i)$  moltiplicando per il fattore di copertura come descritto in § 8.3) e i gradi di libertà.

Nell'uso della bilancia, accanto al polinomio di coefficienti  $\alpha$  e matrice di covarianza  $\psi_\alpha$ , è opportuno introdurre il polinomio di coefficienti  $\beta$  e matrice di covarianza  $\psi_\beta$ .


$$\boldsymbol{\beta} = \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ 1 + \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_p \end{pmatrix} \quad (34)$$

Dalla (24bis) si ricava, infatti:

$$\mathbf{M} = \mathbf{L} + \mathbf{A} \boldsymbol{\alpha} = \mathbf{A} \boldsymbol{\beta} \quad (35)$$

E' quindi possibile, tramite  $\boldsymbol{\beta}$ , calcolare direttamente la lettura corretta senza passare attraverso il vettore delle correzioni  $\mathbf{c}$  ( $\mathbf{c} = \mathbf{A} \boldsymbol{\alpha}$ ). Sarà, inoltre:

$$\psi_\beta = \psi_\alpha \quad (36)$$

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO		
	<b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DI BILANCE</b>		
Identificazione: SIT/Tec-003/03	Revisione: 0	Data 2003-01-10	Pagina 25 di 40

### 10.1 Incertezza composta della correzione con polinomio interpolatore

Se si è calcolato il polinomio linearizzatore  $\alpha$  e sua matrice di covarianza  $\psi_\alpha$  con le (26 e 28), per un insieme di letture rappresentate dal vettore  $l_c$  si può calcolare il valore delle correzioni  $c$  che si devono sommare (29) con le letture

$$c = a \alpha \quad \text{con} \quad a = [1 \quad l_c \quad \dots \quad l_c^p] \quad (37)$$

l'incertezza composta di taratura in questo caso si deve calcolare con tecniche matriciali che qui verranno solamente riassunte. La legge di propagazione dell'incertezza, nel caso di grandezze multivariate  $x_{1i}$  e  $x_{2i}$ , e quindi rappresentate tramite il vettore  $x_1 = \{ x_{1i} \}$  e  $x_2 = \{ x_{2i} \}$ , se:

$$y = f(x_1, x_2)$$

e sono note e tra loro statisticamente non correlate le matrici di varianza-covarianza  $\psi_{x_1}$ ,  $\psi_{x_2}$ , vale:

$$\psi_y = \nabla_{x_1}(y) \psi_{x_1} \nabla_{x_1}(y)^T + \nabla_{x_2}(y) \psi_{x_2} \nabla_{x_2}(y)^T$$

dove con le matrici Jacobiane  $\nabla_{x_1}(y)$  e  $\nabla_{x_2}(y)$  si intendono le matrici derivate del vettore  $y$  rispetto ai vettori  $x_1$  e  $x_2$ :

$$\nabla_{x_1}(y)_{ij} = \frac{\partial y_i}{\partial x_{1j}} \quad \text{e} \quad \nabla_{x_2}(y)_{ij} = \frac{\partial y_i}{\partial x_{2j}}$$

nel caso specifico si ricava:

$$\psi_c = \nabla_\alpha(c) \psi_\alpha \nabla_\alpha(c)^T + \nabla_{l_c}(c) \psi_{l_c} \nabla_{l_c}(c)^T \quad (38)$$

$$\text{con } \nabla_\alpha(c) = a = [1 \quad l_c \quad \dots \quad l_c^p]$$

$$\nabla_{l_c}(c) = \text{diag}(a' \alpha) \quad \text{ove: } a' = [0 \quad 1 \quad 2l_c \quad \dots \quad p l_c^{p-1}]$$


sviluppando i calcoli si ottiene:

$$\psi_c = a \psi_\alpha a^T + \text{diag}(a' \alpha) \psi_{l_c} \text{diag}(a' \alpha) \quad (39)$$

$$u(c_i) = \sqrt{\psi_c}_{ii} \quad (40)$$

Il termine  $\psi_{l_c}$  è ricavato dalla misurazione della ripetibilità della bilancia, e può essere indicato come  $\psi_{l_c} = u_B^2 \mathbf{I}(q)$  con  $u_B$  calcolato dalla (4bis) e con  $q$  numero dei valori contenuti nel vettore  $l_c$ .

I gradi di libertà sono calcolati nella (31). Si passa dall'incertezza composta all'incertezza estesa con le stesse considerazioni già svolte in § 8.4.

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO		
	<b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DI BILANCE</b>		
Identificazione: SIT/Tec-003/03	Revisione: 0	Data 2003-01-10	Pagina 26 di 40

## 11 – Il polinomio interpolatore nell'uso delle bilancia

Anche questa parte non è compresa tra quanto si deve necessariamente fare per tarare una bilancia, costituisce invece un necessario complemento per utilizzare i risultati della taratura. Nell'uso quotidiano la conoscenza del polinomio interpolatore permetterà di correggere le indicazioni della bilancia al variare con continuità del carico, conoscendo le condizioni d'uso dello strumento e dell'oggetto da misurare. Si estendono qui le considerazioni svolte nel § 8 al caso in cui la conoscenza dei coefficienti  $\alpha$  (o  $\beta$ ), assieme alla sua matrice di covarianza  $\psi_\alpha$  ( $\psi_\beta$ ), del polinomio è ottenuta in conformità al precedente § 7.

### 11.1 - Indicazioni corrette

Posto sul ricettore di carico un insieme di oggetti i cui valori di massa incognita sono elencati nel vettore  $M_x$  si otterranno dalla bilancia le letture elencate nel vettore  $L$ ; le indicazioni  $I$  della bilancia, corrette dagli effetti a cui sappiamo la bilancia essere sensibile, e che permettono, a meno della spinta di galleggiamento, di calcolare le masse  $M_x$ , si otterranno da:

$$I = a \beta \quad (41)$$

dove  $a$ , matrice delle potenze delle letture,  $a = (1 \ L_c \ L_c^2 \ \dots \ L_c^p)$ , con  $L_c$  vettore delle letture corrette dagli effetti che le influenzano:

$$L_c = L + \delta m_t + \delta m_m + \delta m_e + \delta m_o \quad (42)$$

$\delta m_t$  : vettore delle correzioni per la sensibilità della bilancia alla variazione della temperatura,

$\delta m_e$  : vettore delle correzioni per la sensibilità della bilancia a carichi non perfettamente centrati,

$\delta m_m$  : vettore delle correzioni per la sensibilità della bilancia a carichi magnetici,

$\delta m_o$ : vettore delle correzioni per effetti vari dovuti all'interazione con l'ambiente e l'operatore.

In analogia a quanto già fatto nel § 9 considereremo solamente il caso in cui le correzioni  $\delta m_t$ ,  $\delta m_m$ ,  $\delta m_e$  e  $\delta m_o$  vengano introdotte solamente per tenerne conto del loro effetto nella stima dell'incertezza, in quanto si possa supporre che le variabili statistiche che li producono hanno media nulla ( $L_c \approx L$ ).

### 11.2 - Incertezza d'uso della bilancia con il polinomio interpolatore

Si può calcolare l'equivalente della (38).


$$\psi_I = a \psi_\beta a^T + \text{diag} (a' \beta) \psi_{L_c} \text{diag} (a' \beta) \quad (43)$$

Per quanto riguarda  $\psi_{L_c}$ , esso verrà valutato tenendo conto delle correzioni a cui  $L_c$  è soggetto:

$$\psi_{L_c} = \psi_L + \psi(\delta m_t) + \psi(\delta m_e) + \psi(\delta m_m) + \psi(\delta m_o) \quad (44)$$

Si può assumere

$$\psi_L = (s_L^2 + uf^2 / 12) \mathbf{I}(q) \quad \text{con } q \text{ il numero dei valori contenuti nel vettore } L.$$

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO		
	<b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DI BILANCE</b>		
Identificazione: SIT/Tec-003/03	Revisione: 0	Data 2003-01-10	Pagina 27 di 40

Per gli altri componenti, in alcuni casi sarebbe necessaria un'attenta analisi per verificare se si tratta di variabili casuali multivariate tra loro correlate. Tale analisi esula dalle presenti note. Considereremo, in modo semplificato, che gli effetti dovuti alla eventuale eccentricità del carico, all'interazione magnetica tra carico e bilancia e all'interazione della bilancia con l'ambiente e l'operatore siano variabili casuali non correlate, a distribuzione di probabilità normale e a covarianza nulla.

$$\psi(\delta m_e) = u^2(\delta m_e) \mathbf{I}(q) \quad \text{si veda la (21);}$$

$$\psi(\delta m_m) = u^2(\delta m_m) \mathbf{I}(q) \quad \text{si veda la (22);}$$

$$\psi(\delta m_o) = u^2(\delta m_o) \mathbf{I}(q)$$

Per quanto riguarda l'effetto legato alla sensibilità della bilancia alle variazioni termiche, questo effetto è quello che fornisce, alle letture dello strumento, le maggiori correlazioni. Si può quindi assumere.

$$\psi(\delta m_t) = u^2(\delta m_e) \begin{pmatrix} 1 & \dots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

dove la matrice indicata è quadrata, di rango  $q$ , e i suoi valori sono tutti uguali ad 1. La quantità  $u^2(\delta m_e)$  si ricava dalla (20) tenendo conto della massima massa in misura  $M$  e della differenza di temperatura  $\Delta t$  tra quando la bilancia è stata tarata e quando è in uso.


## 12 - Stesura del Certificato di taratura (o rapporto di taratura)

Il Certificato di taratura dovrà contenere oltre agli estremi riferimenti della riferibilità della misura e a quanto previsto da [14] e dalle prescrizioni del SIT, i dati di identificazione dell'oggetto di taratura, della procedura, dei campioni e degli strumenti usati, e della loro certificazione, tutti i dati significativi che emergono dalla misura. Si preciserà che i parametri identificati sono validi esclusivamente nelle condizioni di misura effettivamente riscontrate. Il Certificato non deve avere indicazione di scadenza.

A cominciare dalla misurazione della sensibilità ai carichi eccentrici si dovranno indicare le modalità con cui ogni misurazione è stata eseguita ed i risultati ottenuti. L'eventualità di una  $\text{diff}L_{\text{max}}$  superiore a tre volte lo scarto tipo della bilancia deve essere segnalata.

Per quanto riguarda la ripetibilità occorre segnalare, per ognuno dei carichi, lo scarto tipo della bilancia (3), l'incertezza composta di ripetibilità (4) e i suoi gradi di libertà  $\nu_L$ . L'eventualità della ripetizione di un numero  $n$  minore di 10 misure deve essere giustificata.

Relativamente alla linearità, il certificato dovrà contenere, per ogni carico nominale previsto, la correzione  $c = m - l_c$  (24 bis) se si è calcolato il polinomio interpolatore oppure  $\Delta M$  (9), la incertezza estesa di taratura (13 o 14), calcolata a partire dall'incertezza composta (11 o 40). Il numero di gradi di libertà  $\nu$  (12 o 31) e/o il fattore di copertura  $K$  dovrà essere riportato se non si è nelle condizioni di utilizzare  $K = 2$ . La massima differenza tra zeri contigui  $\Delta Z_{\text{max}}$  (tab. 3) sarà riportata come indicazione della isteresi e deriva a breve termine.

 <p data-bbox="258 237 526 286">SIT Servizio di Taratura in Italia</p>	<p data-bbox="600 120 699 143">TITOLO</p> <p data-bbox="670 165 1401 197"><b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DI BILANCE</b></p>		
Identificazione: SIT/Tec-003/03	Revisione: 0	Data 2003-01-10	Pagina 28 di 40


Se è stato calcolato, si dovranno riportare i coefficienti  $\alpha_i$  del polinomio interpolatore (26), la loro matrice di covarianza (28) e i gradi di libertà  $\nu$  (31). Si dovrà spiegare chiaramente come sia possibile, dai dati contenuti nel Certificato, effettuare le correzioni tramite la (10) oppure la (37). Dovrà essere ben chiaro che l'incertezza riportata è l'incertezza estesa di taratura della bilancia e non l'incertezza in uso.

La variazione di temperatura durante la misura della linearità dovrà essere registrata indicando la massima e la minima misurata durante le operazioni.

In appendice 2 e 3 si trovano esempi di come compilare il Certificato.

### 13 - Conclusioni

Le procedure qui presentate sono idonee a caratterizzare bilance che operino correttamente, in un ambiente adeguato alla loro classe di accuratezza, con un operatore di buona formazione e presentino, quindi, caratteristiche prossime a quelle fornite dal costruttore. Nel caso di comportamenti anomali dovuti a malfunzionamenti meccanici od elettrici, si rendono necessarie prove specifiche di indagine sulle cause del malfunzionamento che dovranno essere progettate in funzione di ciò che si vuole mettere in evidenza e dell'esperienza degli operatori.

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO		
	<b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DI BILANCE</b>		
Identificazione: SIT/Tec-003/03	Revisione: 0	Data 2003-01-10	Pagina 29 di 40

## Appendice 1 Esempio di taratura di una bilancia

Come esempio di applicazione della presente procedura, si è effettuata la taratura di una bilancia tecnica. Il Certificato è riportato nell'Appendice 2 e 3.

I dati che identificano lo strumento sono:

Casa costruttrice	Xxxxxxxx
Modello	xxxxx
Matricola	xxxxxxxxxxxxxxx
Portata	4100 g
Unità di formato	0,01 g

Alcuni dati tecnici significativi forniti dalla casa sono:

Riproducibilità (deviazione standard)	0,01 g
Linearità (+/-)	0,02 g
Tempo di stabilizzazione	2 s
Coefficiente di sensibilità termica (tra 10 e 30 °C)	$2 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

Sono stati impiegati per la taratura i seguenti strumenti:

Pesiera:

Xxxxxxx  
matricola yyy  
classe di accuratezza OIML F1  
certificato IMGC n.427/90

Termometro:

PT100  
matricola 03493  
certificato IMGC n.203/91


Si è controllata la funzionalità del sistema di rivelazione automatica di stabilità della lettura e si è fissato conseguentemente l'intervallo tra le letture  $T = 30$  s.

E' stata eseguita la misurazione di eccentricità (tab. A1) al carico circa metà della portata massima. La misurazione della ripetibilità (tab. A2) è stata eseguita con due carichi (2 e 4 kg). Per la misurazione della di linearità (tab. A3) sono stati utilizzati alcuni campioni (tab. A4) della pesiera indicata che formano i carichi elencati (con le loro incertezze combinate tipo) in tab. A5. L'elaborazione dei dati verrà presentata sia tenendo conto delle correlazioni statistiche (con calcoli matriciali) che trascurandole (con notazioni algebriche usuali).

### **A1 Elaborazione che non tiene conto delle correlazioni**

Il calcolo dello scarto tipo della bilancia a partire dalle formule (3 e 4) porta ai seguenti valori:

carico 2 kg:	$s_L = 0,0063$ g	$u_B = 0,0069$ g
carico 4 kg	$s_L = 0,0026$ g	$u_B = 0,0039$ g

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO		
	<b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DI BILANCE</b>		
Identificazione: SIT/Tec-003/03	Revisione: 0	Data 2003-01-10	Pagina 30 di 40

Il calcolo che non tiene conto delle correlazioni statistiche esistenti tende a sovrastimare questo parametro. Questa determinazione presenta  $\nu_L = 9$  gradi di libertà.

Per la linearità, la diretta applicazione della (9) permette di calcolare immediatamente i valori delle correzioni da applicare secondo questo metodo (tab.A3). Non sono ovviamente disponibili correzioni in punti ulteriori oltre a quelli effettivamente provati, quindi quando fosse necessario si dovrà ricorrere all'interpolazione lineare tra i dati. L'entità massima della correzione dovuta alla linearità è risultato di 3,3 *uf*, maggiore della indicazione del costruttore. Per l'incertezza di taratura si applica la (11) con  $u_B = 0,0069$  g e le incertezze dei carichi riportate in tab. A5. I gradi di libertà si ricavano da (12) con  $\nu_m = 9$ . In tab. A9 sono riportati i risultati, sintetizzati nel Certificato in Appendice 2.

In tab. A9 sono riportati anche le incertezze d'uso, composta ed estesa, di cui si deve tener conto se non si fanno correzioni per la non linearità, si veda eq (17 e 19bis), tenendo conto che la temperatura d'uso sia uguale a quella di taratura, che siano trascurabili gli effetti di sensibilità magnetica o all'ambiente. Sarà  $u(L) = s = 0,0069$  g (eq. 18), con  $u(\Delta M)_{\max} = 0,007$  g (tab. A4) e  $\Delta M_{\max} = 0,033$  g (tab. A3) si ricava dalla (19bis)  $u(\Delta M) = 0,0203$  g, infine si deve tener conto di  $u(\delta m_e) = 0,023$  g (eq. 21). Ne consegue  $u(I) = 0,0307$  g. Per passare all'incertezza estesa, si osserva che essendo i contributi di categoria A del risultato della taratura (lo scarto tipo della bilancia) stati valutati a partire da non meno di 10 osservazioni ed essendo la stima dell'incertezza dovuta ad almeno tre componenti, nessuna delle quali trascurabile, si può usare la (eq. 14).

## A2 Elaborazione che tiene conto delle correlazioni (matriciale)

L'elaborazione dello scarto tipo della bilancia è stato fatto con il calcolo matriciale (3bis e 4) che tiene conto delle correlazioni esistenti nei dati. E' stato calcolato:

$$\begin{array}{ll} \text{carico 2 kg:} & s_L = 0,0047 \text{ g} & u_B = 0,0056 \text{ g} \\ \text{carico 4 kg} & s_L = 0,0020 \text{ g} & u_B = 0,0035 \text{ g} \end{array}$$

Questa misura presenta  $\nu_L = 9$  gradi di libertà. Gli scarti tipo ottenuti non evidenziano una proporzionalità col carico; ciò si pensa dovuto all'entità degli scarti, ampiamente entro un'unità di formato e quindi migliori di quanto attestato dalla Casa costruttrice.


Per quanto attiene alla linearità, si devono innanzi tutto reperire i carichi necessari. La tabella A4 riporta lo stralcio di Certificato da cui si rilevano i valori convenzionali di massa e le incertezze estese, non essendo annotata la matrice di covarianza dei campioni, si suppone che questi siano correlati con fattore 1. Si ottengono quindi, combinando opportunamente i campioni disponibili, gli  $n = 10$  carichi riportati in tab. A5. Nella terza colonna è riportato il vettore  $s_M$  delle incertezze composte tipo ottenute sommando le incertezze come i campioni. Ad esempio, per il carico di valore nominale 1600 g :

$$1600 = 1000 + 500 + 100$$

e per le incertezze  $s_{1600} = s_{1000} + s_{500} + s_{100}$

Dal Certificato della pesiera si può desumere che i campioni siano stati tarati con gradi di libertà tali da poter assumere un fattore di copertura  $K = 2$ .

L'elaborazione può procedere come detto in § 10: con la (26 e 27) si calcola il polinomio interpolatore e la sua matrice di covarianza (tab. A6), si è così in grado di stimare le correzioni

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DI BILANCE</b>		
	Identificazione: SIT/Tec-003/03	Revisione: 0	Data 2003-01-10

che si devono sommare alla lettura della bilancia per risalire alla massa. In tab. A7 sono riportate le incertezze tipo  $u_c(\alpha_i)$ , ottenibili da  $\psi_\alpha$ . Si osserva che essendo trascurabile l'incertezza dei campioni rispetto a quella aleatoria si può fissare per tutti i coefficienti  $\nu = 18$  (eq. 17).

Il Certificato che segue a questa elaborazione è presentata in Appendice 3.

Tabella A1

Carico	2000 g
posizione	lettura $L$ /g
1	2000,00
2	2000,02
3	1999,98
4	1999,99
5	2000,01
1	2000,01

$$diffL_{\max} = 0,04 \text{ g}$$

Misurazione della sensibilità ai carichi eccentrici a 2000 g  
 Temperatura: da 20,1 °C a 20,2 °C  
 Umidità relativa tra 53 e 57 %


 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DI BILANCE</b>		
	Identificazione: SIT/Tec-003/03	Revisione: 0	Data 2003-01-10

Tabella A2

n.	carico 2000g			carico 4000g		
	Min $L_{min}$ /g	carico misura $L$ /g	$L_c$ /g	Min $L_{min}$ /g	carico misura $L$ /g	$L_c$ /g
1	0,00			0,00		
2		2000,02	2000,025		4000,02	4000,020
3	-0,01			0,00		
4		2000,02	2000,030		4000,02	4000,020
5	-0,01			0,00		
6		2000,02	2000,030		4000,02	4000,025
7	-0,01			-0,01		
8		2000,02	2000,025		4000,02	4000,025
9	0,00			0,00		
10		2000,02	2000,025		4000,02	4000,025
11	-0,01			-0,01		
12		2000,02	2000,030		4000,02	4000,025
13	-0,01			0,00		
14		2000,03	2000,040		4000,02	4000,020
15	-0,01			0,00		
16		2000,03	2000,040		4000,02	4000,020
17	-0,01			0,00		
18		2000,03	2000,040		4000,02	4000,020
19	-0,01			0,00		
20		2000,02	2000,030		4000,02	4000,020
21	-0,01			0,00		

media	-0,008	2000,022	2000,031	-0,002	4000,02	4000,022
max	0,00	2000,03	2000,040	0,00	4000,02	4000,025
min	-0,01	2000,02	2000,025	-0,01	4000,02	4000,02
$s_L$	matriciale		0,0047			0,0020
$u_B$	matriciale		0,0056			0,0035
$s_L$	semplificato		0,0063			0,0026
$u_B$	semplificato		0,0069			0,0039

Misurazione della ripetibilità a 2000 g e 4000 g  
 Temperatura da 19,9 °C a 20,0 °C  
 Umidità relativa tra 53 e 57 %



SIT  
Servizio di Taratura in Italia

TITOLO

**LINEA GUIDA PER LA TARATURA DI BILANCE**

Identificazione: SIT/Tec-003/03

Revisione: 0

Data 2003-01-10

Pagina 33 di 40

Tabella A3

n.	$M$ V. nom /g	$M_C$ V. certif /g	carico crescente				n.	carico decrescente				$\Delta M$ correzione ( $M_C - L_C$ ) <sub>medio</sub> /g	$U(\Delta M)$ Incertezza Taratura /g
			$L$ lettura /g	$L_C$ Lett. Cor /g	$\Delta M_1$ $M_C - L_C$ /g	$\Delta Z$ diff.zeri /g		$L$ lettura /g	$L_C$ Lett. Cor /g	$\Delta M_2$ $M_C - L_C$ /g	$\Delta Z$ diff.zeri /g		
1	0		0,00	0,000	0,000		41	0,00	0,000	0,000		0,000	0,014
2	400	399,99973	400,00	400,000	-0,00027	0	40	400,00	400,005	-0,00527	0,01	-0,003	0,014
3	0		0,00				39	-0,01					
4	800	800,00029	800,00	800,005	-0,00471	0,01	38	800,00	800,010	-0,00971	0	-0,007	0,014
5	0		-0,01				37	-0,01					
6	1200	1200,00003	1200,00	1200,010	-0,0997	0	36	1200,01	1200,020	-0,01997	0	-0,015	0,014
7	0		-0,01				35	-0,01					
8	1600	1600,00066	1600,00	1600,010	-0,00934	0	34	1599,99	1600,000	0,00066	0	-0,004	0,014
9	0		-0,01				33	-0,01					
10	2000	1999,99635	1999,99	2000,000	-0,00365	0	32	2000,01	2000,020	-0,02365	0	-0,014	0,014
11	0		-0,01				31	-0,01					
12	2400	2399,99608	2400,00	2400,010	-0,01392	0	30	2399,99	2400,000	-0,00392	0	-0,009	0,014
13	0		-0,01				29	-0,01					
14	2800	2799,99664	2799,99	2800,005	-0,00836	0,01	28	2799,99	2800,005	-0,00836	-0,01	-0,008	0,014
15	0		-0,02				27	-0,02					
16	3200	3199,99638	3200,00	3200,020	-0,02362	0	26	3199,99	3200,005	-0,00862	0,01	-0,016	0,014
17	0		-0,02				25	-0,01					
18	3600	3599,99701	3600,00	3600,020	-0,02299	0	24	3600,00	3600,015	-0,01799	-0,01	-0,020	0,014
19	0		-0,02				23	-0,02					
20	4000	3999,99708	4000,00	4000,020	-0,02292	0	22	4000,02	4000,040	-0,04292	0	-0,033	0,014
21	0		-0,02				21	-0,02					

Temperatura da 20,0 °C a 20,2 °C

Intervallo tra le letture 30 s Umidità relativa tra 53 e 57 %



SIT  
Servizio di Taratura in Italia

TITOLO

**LINEA GUIDA PER LA TARATURA DI BILANCE**

Identificazione: SIT/Tec-003/03

Revisione: 0

Data 2003-01-10

Pagina 34 di 40

Tabella A4

Valori nominali	Campioni /g	Incertezza estesa (K=2) /mg
100	100,00023	0,034
200	199,99983	0,044
200*	199,99990	0,044
500	500,00023	0,056
1000	1000,00020	0,060
2000	1999,99635	0,12
2000*	2000,00073	0,12

Tabella A5

Valori nominali	Carichi /g	Incertezza composta /mg
0	0	0
400	399,99973	0,044
800	800,00029	0,067
1200	1200,00003	0,052
1600	1600,00066	0,075
2000	1999,99635	0,060
2400	2399,99608	0,10
2800	2799,99664	0,13
3200	3199,99638	0,11
3600	3599,99701	0,14
4000	3999,99708	0,12

Tabella A6

Coefficiente di grado	Coefficienti polinomio $\alpha_i$	Matrice di covarianza			
		$\psi_{\alpha}$			
0	$3,596331 \cdot 10^{-4}$	$2,193780 \cdot 10^{-5}$	$-3,268068 \cdot 10^{-8}$	$1,466869 \cdot 10^{-11}$	$-1,939295 \cdot 10^{-15}$
1	$-1,902854 \cdot 10^{-5}$	$-3,268068 \cdot 10^{-8}$	$1,008213 \cdot 10^{-10}$	$-5,765144 \cdot 10^{-14}$	$8,753759 \cdot 10^{-18}$
2	$1,155287 \cdot 10^{-8}$	$1,466869 \cdot 10^{-11}$	$-5,765144 \cdot 10^{-14}$	$3,631062 \cdot 10^{-17}$	$-5,838047 \cdot 10^{-21}$
3	$-2,209679 \cdot 10^{-12}$	$-1,939295 \cdot 10^{-15}$	$8,753759 \cdot 10^{-18}$	$-5,838047 \cdot 10^{-21}$	$9,730006 \cdot 10^{-25}$

Tabella A7

$\alpha_i$	$u_c(\alpha_i)$	$\nu$
$3,596331 \cdot 10^{-4}$	$4,683781 \cdot 10^{-3}$	18
$-1,902854 \cdot 10^{-5}$	$1,004098 \cdot 10^{-5}$	18
$1,155287 \cdot 10^{-8}$	$6,025830 \cdot 10^{-9}$	18
$-2,209679 \cdot 10^{-12}$	$9,864079 \cdot 10^{-13}$	18

Tabella A8

Letture $l_c$ /g	Correzione $c = m_d - l_c$ /g	Inc. estesa $U(c)$ /g	Letture corrette $l$ /g	Inc. estesa Lett corr $U(l)$ /g
0	0,0004	0,0094	0,000	0,015
400	-0,0055	0,0064	399,994	0,013
800	-0,0086	0,0065	799,991	0,013
1200	-0,0097	0,0065	1199,990	0,013
1600	-0,0096	0,0060	1599,990	0,013
2000	-0,0092	0,0057	1999,991	0,012
2400	-0,0093	0,0060	2399,991	0,013
2800	-0,0109	0,0065	2799,989	0,013
3200	-0,0146	0,0065	3199,985	0,013
3600	-0,0215	0,0064	3599,978	0,013
4000	-0,0323	0,0094	3999,968	0,015



SIT  
Servizio di Taratura in Italia

TITOLO

## LINEA GUIDA PER LA TARATURA DI BILANCE

Identificazione: SIT/Tec-003/03

Revisione: 0

Data 2003-01-10

Pagina 35 di 40

Tabella A9

Lecture nominali /g	Correzione tabella $\Delta M$ /g	Inc. estesa tabella $U$ /g	Inc. comp. senza cor. $u_c$ /g	Inc. estesa senza cor. $U$ /g
0	0	0,014	0,0307	0,061
400	-0,003	0,014	0,0307	0,061
800	-0,007	0,014	0,0307	0,061
1200	-0,015	0,014	0,0307	0,061
1600	-0,004	0,014	0,0307	0,061
2000	-0,014	0,014	0,0307	0,061
2400	-0,009	0,014	0,0307	0,061
2800	-0,008	0,014	0,0307	0,061
3200	-0,016	0,014	0,0307	0,061
3600	-0,020	0,014	0,0307	0,061
4000	-0,033	0,014	0,0307	0,061



SIT  
Servizio di Taratura in Italia

TITOLO

**LINEA GUIDA PER LA TARATURA DI BILANCE**

Identificazione: SIT/Tec-003/03	Revisione: 0	Data 2003-01-10	Pagina 36 di 40
---------------------------------	--------------	-----------------	-----------------

Appendice 2

**Facsimile di Certificato di taratura di una bilancia** (elaborazione semplificata)

Casa costruttrice	Xxxxxx	Pesiera impiegata: Yyyyyy, Certificato xxxx
Modello	xxxxx	Procedura impiegata: Tttttt
N. matricola	xxxxxxxxxxx	La catena di riferibilità del Centro ha inizio dai
Proprietà	Xxxxxxxxxx	campioni di prima linea Xxxxx, tarati da Zzzzz
Portata	4100 g	Certificato N. yyyy del YYYY-mm-dd
Unita' di formato <i>uf</i>	0,01 g	
Tempo di stabilizzazione	2 s	
Intervallo costante tra le letture	30 s	Coefficiente di sensibilità termica $2,00 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

**Sensibilità all'eccentricità' del carico**

Carico 2000 g, Variazione max lettura 0,04 g

Incertezza ( $u_E$ ) = 0,023g

**Ripetibilità**

Carico 2000 g, Scarto tipo della bilancia ( $s_L$ )=0,0063g

Carico 4000 g, Scarto tipo della bilancia ( $s_L$ )=0,0026g

Massima incertezza combinata di ripetibilità ( $u_B$ )= 0,0069g

**Linearità**

Massimo effetto di isteresi e deriva entro 60 s: 0,01 g

Temperatura media durante la misura di linearità 20,3 °C, massima variazione di temperatura registrata 0,2 °C.

Correzioni della lettura e incertezza estesa di taratura

Letture <i>L</i> Valore nominali /g	Correzioni $\Delta M$ /g	Incertezza estesa <i>U</i> /g
0	0	0,014
400	-0,003	0,014
800	-0,007	0,014
1200	-0,015	0,014
1600	-0,004	0,014
2000	-0,014	0,014
2400	-0,009	0,014
2800	-0,008	0,014
3200	-0,016	0,014
3600	-0,020	0,014
4000	-0,033	0,014

L'incertezza estesa di taratura è espressa al livello di fiducia del 95% (ottenuta, nel caso di distribuzione normale e di elevato numero di gradi di libertà, moltiplicando per due l'incertezza tipo). L'incertezza tipo è stata determinata conformemente al documento EA-4/02.

Le correzioni  $\Delta M$  devono essere sommate alla lettura *L* della bilancia per ottenere il valore più vicino alla massa convenzionale dell'oggetto posto sul ricettore di carico.

Una prova di tipo qualitativo è stata fatta per individuare eventuali effetti di interazione magnetica tra la bilancia e un carico ferromagnetico. L'esito è stato negativo.

Umidità relativa media durante le prove 55 %

Data 1999-04-20



SIT  
Servizio di Taratura in Italia

TITOLO

**LINEA GUIDA PER LA TARATURA DI BILANCE**

Identificazione: SIT/Tec-003/03

Revisione: 0

Data 2003-01-10

Pagina 37 di 40

**Note esplicative, in un foglio a parte, esterno al certificato.**

1. La taratura di cui sono riportati i risultati vale nelle condizioni operative ed ambientali riscontrate durante le prove. Se la bilancia verrà rimossa i risultati qui riportati non sono più validi.
2. La bilancia è stata tarata in “valore convenzionale di massa”, cioè indicherà la massa di un oggetto di densità  $8000 \text{ kg m}^{-3}$  in grado di equilibrare il misurando in aria di densità  $1,2 \text{ kg m}^{-3}$ , alla temperatura  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ .
3. La tabella delle correzioni riporta i valori  $\Delta M = M - L$  e la corrispondente incertezza estesa di taratura per i valori nominali di misura. Se la densità dell’oggetto in misura non è molto diversa da  $8000 \text{ kg m}^{-3}$ , data una lettura  $L$  si potrà ricavare la massa convenzionale  $M$  ad essa equivalente con:

$$M = L + \Delta M$$

Punti di misura non riportati nella tabella devono essere interpolati linearmente.

4. L’incertezza estesa di taratura  $U$  è stata valutata ad un livello di fiducia del 95,45 %; essa non coincide con quella d’uso  $U_u$ . Per stimare quest’ultima, sapendo la portata dello strumento  $M_{\max}$ , bisogna tenere conto dei fattori ambientali ed operativi variati rispetto alla taratura. Una possibile stima non può essere inferiore a


$$U_u = 2 \sqrt{\frac{U_{\max}^2}{4} + \frac{\Delta M_{\max}^2}{3} + u_B^2 + u(\delta m_m)^2 + u_E^2 + u(\delta m_t)^2 + u(\delta m_o)^2}$$

Con

- $U_{\max}$  e  $\Delta M_{\max}$  i valori massimi di  $U$  e  $\Delta M$  riportato nella tabella di taratura;
- $s$  il massimo scarto tipo della bilancia riportato nel presente Certificato;
- $u(\delta m_m)$  l’incertezza tipo dovuta ad eventuali effetti di interazioni magnetici tra carico e bilancia (se l’effetto è identificato si può stimare  $u(\delta m_m) = 10^{-5} \cdot M_{\max}$ );
- $u_E$  l’incertezza tipo dovuta all’effetto di sensibilità ai carichi eccentrici:  $u_E = \frac{\text{diff}L_{\max}}{\sqrt{3}}$  con  $\text{diff}L_{\max}$  la differenza indicata dal presente Certificato;
- $u(\delta m_t)$  l’incertezza tipo dovuta alla variazione delle condizioni termiche d’uso rispetto a quelle di taratura:  $u(\delta m_t) = \frac{K_t M_{\max} \Delta t}{\sqrt{3}}$  con  $\Delta t$  differenza di temperatura della bilancia tra la taratura e l’uso,  $K_t$  coefficiente di sensibilità termica fornito dal costruttore. In caso mancasse tale dato si può utilizzare il coefficiente fornito dalla seguente tabella.

Numero di $uf$	$10^6 K_t / ^\circ\text{C}^{-1}$
> 300 000	3 ÷ 1,5
60 000 ÷ 300 000	6 ÷ 3
< 60 000	10 ÷ 6

- $u(\delta m_o)$  lo scarto tipo che tiene conto di effetti di interazione dell’ambiente e dell’operatore con la bilancia.

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DI BILANCE</b>		
	Identificazione: SIT/Tec-003/03	Revisione: 0	Data 2003-01-10

Appendice 3

**Facsimile di Certificato di taratura di una bilancia** (elaborazione matriciale)

Casa costruttrice	Xxxxxx	Pesiera impiegata: Yyyyyy, Certificato xxxx
Modello	xxxxx	Procedura impiegata: Tttttt
N. matricola	xxxxxxxxxxx	La catena di riferibilità del Centro ha inizio dai
Proprietà	Xxxxxxxxxx	campioni di prima linea Xxxxx, tarati da Zzzzz
Portata	4100 g	Certificato N. yyyy del YYYY-mm-dd
Unita' di formato <i>uf</i>	0,01 g	
Tempo di stabilizzazione	2 s	
Intervallo costante tra le letture	30 s	Coefficiente di sensibilità termica $2,00 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

**Sensibilità all'eccentricità' del carico**

Carico 2000 g, Variazione max lettura 0,04 g  
 Incertezza ( $u_E$ ) = 0,023g

**Ripetibilità**

Carico 2000 g, Scarto tipo della bilancia ( $s_L$ ) = 0,0047 g  
 Carico 4000 g, Scarto tipo della bilancia ( $s_L$ ) = 0,0019 g  
 Massima incertezza combinata di ripetibilità ( $u_B$ ) = 0,0056 g

**Linearità**

Massimo effetto di isteresi e deriva entro 60 s: 0,01 g  
 Temperatura media durante la misura di linearità 20,1 °C, massima variazione di temperatura registrata 0,2 °C.  
 Umidità relativa media durante le prove 55 %

Coefficienti  $\alpha_i$  polinomio interpolatore di terzo grado e Matrice  $\psi_\alpha$  di varianza-covarianza:

Coefficiente di grado	Coefficienti polinomio $\alpha_i$	Incertezza estesa coefficienti $U(\alpha_i)$	Matrice di covarianza $\psi_\alpha$			
0	$0,4 \cdot 10^{-3}$	$4,7 \cdot 10^{-3}$	$2,2 \cdot 10^{-5}$	$-3,3 \cdot 10^{-8}$	$1,5 \cdot 10^{-11}$	$-1,9 \cdot 10^{-15}$
1	$-1,9 \cdot 10^{-5}$	$1,0 \cdot 10^{-5}$	$-3,3 \cdot 10^{-8}$	$1,0 \cdot 10^{-10}$	$-5,8 \cdot 10^{-14}$	$8,8 \cdot 10^{-18}$
2	$11,5 \cdot 10^{-9}$	$6,0 \cdot 10^{-9}$	$1,5 \cdot 10^{-11}$	$-5,8 \cdot 10^{-14}$	$3,6 \cdot 10^{-17}$	$-5,8 \cdot 10^{-21}$
3	$-22,1 \cdot 10^{-13}$	$9,9 \cdot 10^{-13}$	$-1,9 \cdot 10^{-15}$	$8,8 \cdot 10^{-18}$	$-5,8 \cdot 10^{-21}$	$9,7 \cdot 10^{-25}$

La determinazione del polinomio interpolatore è stata fatta con  $\nu = 18$  gradi di libertà



SIT  
Servizio di Taratura in Italia

TITOLO

**LINEA GUIDA PER LA TARATURA DI BILANCE**

Identificazione: SIT/Tec-003/03

Revisione: 0

Data 2003-01-10

Pagina 39 di 40

Correzioni della lettura e incertezza estesa di taratura

Lecture $L$ nominali  /g	Correzioni $\Delta M$  /g	Incertezza estesa della correzione $U$ /g
0	0,0004	0,0094
400	-0,0055	0,0064
800	-0,0086	0,0065
1200	-0,0097	0,0065
1600	-0,0096	0,0060
2000	-0,0092	0,0057
2400	-0,0093	0,0060
2800	-0,0109	0,0065
3200	-0,0146	0,0065
3600	-0,0215	0,0064
4000	-0,0323	0,0094

L'incertezza estesa di taratura è espressa al livello di fiducia del 95% (ottenuta, nel caso di distribuzione normale e di elevato numero di gradi di libertà, moltiplicando per due l'incertezza tipo). L'incertezza tipo è stata determinata conformemente al documento EA-4/02.

Le correzioni  $\Delta M$  devono essere sommate alla lettura  $L$  della bilancia per ottenere il valore più vicino alla massa convenzionale dell'oggetto posto sul ricettore di carico.

Una prova di tipo qualitativo è stata fatta per individuare eventuali effetti di interazione magnetica tra la bilancia e un carico ferromagnetico. L'esito è stato negativo.


Data 1999-04-20

**Note esplicative, in un foglio a parte, esterno al certificato.**

1. La taratura di cui sono riportati i risultati vale nelle condizioni operative ed ambientali riscontrate durante le prove. Se la bilancia verrà rimossa i risultati qui riportati non sono più validi.
2. La bilancia è stata tarata in "valore convenzionale di massa", cioè indicherà la massa di un oggetto di densità  $8000 \text{ kg m}^{-3}$  in grado di equilibrare il misurando in aria di densità  $1,2 \text{ kg m}^{-3}$ , alla temperatura di  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ .
3. Dato il polinomio interpolatore di terzo grado, è possibile, nota la lettura  $L$  della bilancia, calcolare la correzione  $\Delta M$  che deve essere aggiunta a  $L$  (in tabella II è riportato il calcolo per 11 valori di letture nominali) :

$$\Delta M = \alpha_0 + L\alpha_1 + L^2\alpha_2 + L^3\alpha_3$$

In notazione matriciale, se:  $\mathbf{a} = [1 \quad L \quad L^2 \quad L^3]$  e  $\mathbf{\alpha} = \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix}$  sarà  $\Delta M = \mathbf{a} \mathbf{\alpha}$

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DI BILANCE</b>		
	Identificazione: SIT/Tec-003/03	Revisione: 0	Data 2003-01-10

e l'incertezza composta di  $\Delta M$  dovuta alla taratura nel caso in cui si tenga conto della correzione:

$$u(\Delta M) = \sqrt{\mathbf{a} \boldsymbol{\psi} \mathbf{a}^T}$$

mentre nel caso in cui non si tenga conto della correzione:

$$u(\Delta M) = \sqrt{\mathbf{a} \boldsymbol{\psi} \mathbf{a}^T + \frac{(\alpha_0 + L\alpha_1 + L^2\alpha_2 + L^3\alpha_3)^2}{3}}$$

4. Calcolata la correzione  $\Delta M$ , il valore convenzionale di massa  $M$  più probabile che ha causato la lettura  $l$  è:

$$M = l + \Delta M$$

Se la bilancia è stata impiegata correttamente, nelle condizioni ambientali previste, l'incertezza composta del valore corretto  $M$ , dovuta alla sola taratura, si può stimare:

$$u(M) = \sqrt{u_B^2 + u_c^2(\Delta M)}$$

con  $u_B$  si userà quello indicato nel Certificato.

5. Per stimare l'incertezza estesa d'uso  $U_u$ , conoscendo il carico  $M$ , bisogna tenere conto dei fattori ambientali ed operativi variati rispetto alla taratura. Una possibile stima non può essere inferiore a

$$U_u = 2 \sqrt{u_c^2(M) + u(\delta m_m)^2 + u_E^2 + u(\delta m_t)^2 + u(\delta m_o)^2}$$

Con

- $u(\delta m_m)$  l'incertezza tipo dovuta ad eventuali effetti di interazioni magnetici tra carico e bilancia (se l'effetto è identificato si può stimare  $u(\delta m_m) = 10^{-5} \cdot M$ );
- $u_E$  l'incertezza tipo dovuta all'effetto di sensibilità ai carichi eccentrici:  $u_E = \frac{diffL_{\max}}{\sqrt{3}}$  con  $diffL_{\max}$  la differenza indicata dal presente Certificato;
- $u(\delta m_t)$  l'incertezza tipo dovuta alla variazione delle condizioni termiche d'uso rispetto a quelle di taratura:  $u(\delta m_t) = \frac{K_t M \Delta t}{\sqrt{3}}$  con  $\Delta t$  differenza di temperatura della bilancia tra la taratura e l'uso,  $K_t$  coefficiente di sensibilità termica fornito dal costruttore. In caso mancasse tale dato si può utilizzare il coefficiente fornito dalla seguente tabella.

Numero di $uf$	$10^6 K_t / ^\circ C^{-1}$
> 300 000	3 ÷ 1,5
60 000 ÷ 300 000	6 ÷ 3
< 60 000	10 ÷ 6

- $u(\delta m_o)$  lo scarto tipo che tiene conto di effetti di interazione dell'ambiente e dell'operatore con la bilancia.