

**UNIVERSITA' di TORINO**  
**Corso di Scienza dei Materiali**

**METROLOGIA: l'arte della misurazione**

corso integrativo del corso ufficiale  
Esperimentazioni di Fisica

G. Mana

anno accademico 1994/95



# Chapter 1

## La misurazione

### 1.1 Definizione

A seconda dell'approfondimento richiesto una proprietà di un sistema fisico è descritta in modo diverso: un corpo è classificato caldo o freddo a seconda della sensazione che provoca al tatto, possiamo definire una relazione di ordine osservando la direzione dello scambio termico, infine possiamo perfezionare la nostra conoscenza mediante una misurazione. In questo caso definiamo una grandezza che chiamiamo temperatura e realizziamo scala di misure assegnando valori convenzionali alla temperatura di fenomeni riproducibili (ad esempio transizioni di fase) e definendo operativamente come eseguire le interpolazioni. Con il termine **misurazione** indichiamo il procedimento che associa ad una manifestazione di una proprietà in un sistema fisico un punto (in generale un numero casuale), che chiameremo **misura**, su una scala; tra i punti della scala sono stabilite relazioni di ordine e di uguaglianza.

Una misurazione è basata sulla schematizzazione (modello) del fenomeno per individuarne in modo univoco le proprietà rilevanti e la sua formalizzazione attraverso relazioni (leggi fisiche) tra enti chiamati grandezze fisiche. In altre parole si rappresenta il fenomeno mediante un modello semplice, nel quale le grandezze di interesse compaiono come le sole essenziali alla sua descrizione. Misurare il diametro di una palla significa averla assimilata ad una sfera; il modello considera irrilevanti le variazioni del diametro con la direzione e una sfera è la schematizzazione ad un solo parametro della palla. Una grandezza fisica è definita operativamente da una misurazione, in modo più preciso dalla classe delle misurazioni che producono misure equivalenti (preciseremo in seguito cosa si intende per equivalenza). In generale la misurazione consiste nell'assegnare ad una realizzazione della grandezza (detta unità di misura) un valore ed un simbolo convenzionali e nello stabilire una procedura per confrontare l'unità con la particolare realizzazione della grandezza in esame, associando a questa un valore. È essenziale le operazioni necessarie vengano specificate in maniera assolutamente precisa: in questo modo si ottiene la **definizione operativa** di una grandezza fisica. L'uso di una definizione operativa permette di definire esattamente ciò di cui si sta parlando e assicurando che, in situazioni diverse, ci si riferisca sempre alla stessa grandezza.

L'insieme delle unità di misura viene chiamato **sistema di unità**. Le leggi fisiche consentono, considerate convenzionalmente indipendenti alcune grandezze (**grandezze di base**), di definire in termini di queste ogni altra grandezza (**grandezze derivate**). Le rispettive unità di misura sono dette **unità di base** ed **unità derivate**. Il sistema di unità è completato dall'insieme di definizioni e di raccomandazioni per realizzare le unità in modo idoneo a soddisfare le esigenze della scienza e della tecnica ed, al crescere di queste esigenze, si rende necessario modificare la scelta delle unità di base o le loro definizioni. Altre caratteristiche rendono un sistema di unità più semplice. Le più note sono la suddivisione decimale delle unità in multipli e sottomultipli e la coerenza: le unità derivate sono espresse in termini delle unità di base da formule in cui il coefficiente di proporzionalità è 1.

Un esempio può chiarire quanto detto. Consideriamo un fenomeno ondulatorio e supponiamo di sintetizzare le nostre osservazioni nella legge

$$\lambda = vT \tag{1.1}$$

dove  $\lambda$  (lunghezza d'onda) è lo spazio tra due creste dell'onda,  $T$  (periodo) la durata di un ciclo di oscillazione e  $v$  la velocità di avanzamento. Tra le tante proprietà del sistema abbiamo selezionato le sole considerate pertinenti la descrizione del fenomeno ed affermiamo che la velocità di avanzamento è indipen-

dente da ogni altra proprietà del sistema la cui conoscenza è pertanto non necessaria alla descrizione del fenomeno. Inoltre affermiamo che le grandezze  $\lambda$  e  $T$  sono indipendenti dal luogo e dal tempo.

Per completare la nostra descrizione, e compiere misurazioni sul sistema (ad esempio per verificare se il modello è realmente utilizzabile), dobbiamo definire operativamente due grandezze indipendenti, in quanto la relazione stabilita definisce la terza. Conveniamo di definire le scale di misure per lo spazio ed il tempo. Per la prima prendiamo in considerazione una realizzazione della grandezza spazio, ad esempio la distanza tra le creste della radiazione luminosa emessa durante una transizione di stato dell'atomo del krypton, ed assegnamo a tale realizzazione un valore convenzionale, ad esempio la frazione  $1/1650763,73$ . Al multiplo  $1650763,73$  di tale intervallo di spazio diamo il nome convenzionale "metro". Analogamente procediamo per la grandezza tempo: consideriamo la durata di un ciclo di oscillazione del segnale radio emesso durante una particolare transizione di stato dell'atomo del cesio ed assegnamo ad essa un valore convenzionale, ad esempio la frazione  $1/9192631770$ . Daremo il nome convenzionale "secondo" all'intervallo di tempo di durata pari a  $9192631770$  oscillazioni. La definizione operativa delle grandezze  $\lambda$  e  $T$  è completata dall'insieme delle regole per il confronto delle lunghezze d'onda e dei periodi dell'onda in esame e di quelle che realizzano le unità di spazio e di tempo. Le unità di tempo e di spazio sono state definite in modo astratto e realizzate da una loro specifica manifestazione (**campione naturale**). Per la misurare la velocità (e definirla operativamente) si può utilizzare il modello che lega questa grandezza alle altre due: misurata in metri la lunghezza d'onda (contati cioè i metri contenuti tra due creste) ed in secondi il periodo (contati cioè i secondi in una oscillazione), otteniamo la velocità dividendo il primo numero per il secondo. L'unità di misura della velocità, il "metro/secondo", è quella particolare manifestazione della grandezza realizzata da un'onda per la quale  $\lambda = 1 \text{ m}$  e  $T = 1 \text{ s}$ . Abbiamo così costruito un sistema di unità di misura formato da due unità (fondamentali) e di una unità derivata.

E' interessante analizzare una diversa realizzazione dell'unità di spazio. Supponiamo di poter affermare che la velocità di avanzamento delle onde elettromagnetiche è una costante naturale, ossia indipendente dal luogo, dal tempo e da ogni altra proprietà dell'onda o dell'osservatore. Per tali onde scriveremo la relazione (1.1)  $\lambda = cT$ , dove il simbolo  $c$  per la velocità ne sottolinea l'invarianza. Il sistema di unità può ora essere costruito utilizzando la relazione  $c = \text{costante}$  per ridurre ad uno il numero di grandezze indipendenti che è necessario definire. Conveniamo di definire la scala di misure per il tempo procedendo come descritto in precedenza. Assegnamo quindi convenzionalmente il valore  $299792458 \text{ m/s}$  alla velocità  $c$  e definiamo "metro" quella manifestazione della grandezza spazio realizzata dal cammino percorso da un'onda elettromagnetica nell'intervallo di tempo  $1/299792458 \text{ s}$ : l'unità di spazio è definita da una costante naturale, che riassume tutto ciò che sappiamo sulle sue proprietà fondamentali. Sottolineamo che il valore assegnato a  $c$  è convenzionale. La scelta è fatta in modo che l'unità metro così definita sia equivalente a quella definita in precedenza assicurando che la lunghezza d'onda della radiazione luminosa utilizzata in precedenza per definire l'unità sia ancora  $1/1650763,73 \text{ m}$  quando espressa secondo la nuova definizione dell'unità. Una scelta diversa, ad esempio  $c = 1 \text{ m/s}$ , pur possibile in linea di principio, avrebbe prodotto una differenza rilevabile tra gli intervalli di spazio di lunghezza pari ad un metro e realizzati secondo le due definizioni ed avrebbe pertanto imposto un oneroso (in termini economici) aggiornamento delle scale della strumentazione di misura.

Fissare una unità di misura è sistemare qualunque realizzazione di una grandezza su di una scala ed esprimere tutte le possibili misure in termini di un'unica unità. Si crea pertanto una corrispondenza biunivoca (il senso di tale corrispondenza sarà precisato meglio discutendo l'incertezza) tra le realizzazioni di una grandezza ed i punti della scala ad essa pertinente. Il risultato di una misurazione (la misura) non è un numero nel senso matematico del termine. Come sarà precisato meglio nel prossimo paragrafo, il numero ottenuto è un particolare esito di una estrazione casuale. Inoltre, la presenza dell'unità di misura ricorda che le sue proprietà dipendono dalla grandezza rappresentata sulla scala, ad esempio il prodotto di due lunghezze è un'area: un punto appartenente ad un'altra scala di misure!

Un sistema di unità deve essere fondato su unità di base la cui realizzazione sia **riproducibile** (la possibilità di riprodurla in molte copie), **invariante** (l'indipendenza delle realizzazioni dal tempo e dallo spazio), **accurata** (utilizzare al meglio le capacità tecnologiche), **accessibile** (la realizzazione deve essere facilmente disponibile). Per soddisfare al meglio questi criteri sono state esplorate realizzazioni basate su campioni materiali, fenomeni naturali e costanti fisiche fondamentali. Le realizzazioni più semplici sono basate sulla materializzazione dell'unità in un oggetto fisico: barre, gravi, vasi, resistori, pile e candele sono solo alcuni esempi di campioni materiali per le unità di lunghezza, massa, volume, resistenza, tensione ed intensità luminosa. Con l'eccezione dell'unità di tempo, i campioni materiali hanno rappresentato la miglior risposta alle esigenze della metrologia grazie alla superiorità dimostrata rispetto ad ogni realizzazione basata su fenomeni ed oggetti macroscopici: mano, piede, braccio, pollice, seme, meridiano terrestre, pendolo. La

situazione inizia ad evolvere con l'affermarsi del modello atomico della materia: nel 1870 Maxwell sottolinea che le lunghezze d'onda, i periodi di vibrazione e le masse dei sistemi atomici danno ben altre garanzie di eternità, invarianza, identità e disponibilità delle analoghe grandezze relative a sistemi macroscopici. La realizzazione atomica delle unità macroscopiche richiese quasi un secolo di sviluppo scientifico e tecnologico. Così il metro, definito nel 1889 mediante una barra di platino-iridio, è ridefinito solo nel 1960 un multiplo della lunghezza d'onda della radiazione emessa in una transizione dell'atomo di kripton. Un ulteriore passo avanti nella ricerca di universalità fu suggerito da Planck nel 1889. Egli suggerì di basare il sistema di unità su valori assegnati per convenzione ad alcune costanti fondamentali della fisica (ad esempio la velocità della luce, la costante di Planck, la costante di Avogadro) che riassumono le informazioni più profonde di quanto noi conosciamo sulla realtà. La prima (parziale) realizzazione del progetto di Planck è avvenuta nel 1983: l'invarianza della velocità della luce è stata adottata quale principio fondamentale assegnando ad essa il valore convenzionale  $c = 299792458$  m/s. Il metro è di fatto un'unità derivata: è il tragitto percorso dalla luce nella frazione  $1/299792458$  di secondo. La tendenza attuale è di definire tutte le unità fissando per ciascuna di esse un valore convenzionale per una costante fondamentale misurata con altissima precisione. In un simile sistema il secondo sarà definito (secondo Maxwell) da un fenomeno naturale (il periodo di una transizione atomica oppure della rotazione di una pulsar) mentre tutte le altre unità saranno derivate (secondo Planck) assegnando convenzionalmente il valore di alcune costanti fondamentali. L'attuazione di questo programma richiede tuttavia ancora molti anni in quanto una costante universale diventa utilizzabile ai fini metrologici solo se l'unico limite all'incertezza della sua misurazione è costituito dall'incertezza della realizzazione dell'unità che si intende ridefinire.

Il campione al quale è riferita una misura non è altro che una realizzazione locale dell'unità: un righello, un calibro, un nastro graduato, una sorgente laser sono diverse realizzazioni dell'unità metro. La scelta del campione da usare riflette la qualità della misura che si vuole ottenere, essendo ciascuna adatta per una misurazione piuttosto che un'altra. Ogni volta che utilizziamo uno strumento per misurazione abbiamo bisogno di una informazione che ci consenta, partendo da ogni singola lettura, di calcolarne l'incertezza. Questa informazione è fornita dal costruttore indicando la **classe di precisione**, implicitamente comunicata dal modo con cui è costruito lo strumento, ad esempio dalla suddivisione della scala. Le diverse realizzazioni locali di una unità di misura devono essere tutte collegate, direttamente od indirettamente, all'unità realizzata al miglior livello possibile: le unità metro materializzate da un righello, nastro, calibro, devono essere in accordo tra loro e con ogni altra materializzazione — entro la qualità che ciascuna materializzazione può offrire. Questo si ottiene mediante la **taratura**: un insieme di procedimenti atti a stabilire, verificare o controllare uno strumento per la misurazione in relazione alle funzioni che deve svolgere determinando come le misure prodotte siano legate ai valori nominali delle grandezze misurate. Si realizza così una sorta di piramide al vertice della quale si colloca una misurazione privilegiata prodotta dall'operatore che dispone dei mezzi migliori e della maggior competenza.

Queste prerogative sono concentrate nei laboratori metrologici nazionali: ne consegue che in ogni sistema socio-economico viene stabilito un laboratorio di riferimento per tutte le misurazioni del sistema. Questo laboratorio detiene i campioni e gli strumenti primari e garantisce agli utilizzatori che tutte le misure prodotte siano mutuamente compatibili. Questo compito viene assolto distribuendo campioni e strumenti controllati (tarati) per confronto con quelli in dotazione al laboratorio primario. Un ulteriore compito è quello di confrontare i suoi campioni con quelli degli omologhi laboratori primari di altri paesi, allo scopo di ottenere misure mutuamente compatibili su scala mondiale. Questo complesso processo coinvolge praticamente tutti: basti pensare al segnale orario usato per la sincronizzazione dei nostri orologi o al periodico controllo pubblico delle bilancie.

## 1.2 Teoria

Negli ultimi anni i concetti connessi alla teoria delle misure hanno subito un'evoluzione che ha portato ad un chiarimento di molte ipotesi. Si può riassumere questo processo dicendo che il centro del problema si è spostato dall'analisi del *valor vero*, limite privilegiato a cui tende il processo di misurazione, all'analisi del complesso di informazioni disponibili.

E' necessario assegnare ad alcune parole chiave significati precisi; tratteremo pertanto brevemente la nomenclatura. Una **misurazione** è un procedimento mediante il quale si giunge ad assegnare ad una grandezza fisica una misura. Con il termine **misura** si intende il risultato della misurazione: un complesso di informazioni usualmente compresso in una rappresentazione costituita da un valore ed un'incertezza. Il **valore** è il numero aleatorio (con associata un'unità di misura) generato dalla misurazione e costituisce

l'elemento rappresentativo della misura. L'**incertezza** è il parametro scelto a rappresentare la dispersione della popolazione da cui è estratto il valore. In assenza di informazioni (cosa molto comune), è uso assumere la popolazione Gaussiana ed identificare l'incertezza con la deviazione standard.

Secondo questa impostazione il concetto di valore sostituisce quello di valore vero nella rappresentazione dello stato della grandezza oggetto di misurazione. L'impostazione tradizionale descrive il risultato di una misurazione (la misura) mediante i concetti di valore misurato e di valore vero, considerando il secondo non conoscibile e tuttavia rappresentativo stato della grandezza ed il primo una sua valutazione errata. Viene quindi introdotto il concetto di errore quale differenza (incalcolabile) tra i valori misurato e vero. Il valore vero risulta così collocato in una posizione indeterminata ed indeterminabile entro l'intervallo, intorno al valore misurato, definito dall'errore. L'impostazione presentata abbandona questa via in favore di una definizione di misura che include esplicitamente l'incertezza. Con ciò si intende che nessuna misurazione può portare ad una valutazione dello stato di una grandezza più definita di quella affermando che ogni sua ulteriore misurazione produrrà valori compresi nell'intervallo (più precisamente avrà una certa probabilità di produrre) del quale il valore e l'incertezza sono gli elementi rappresentativi. Risulta pertanto preferibile definire la misura come l'insieme (sfumato) dei valori possibili. Va sottolineato che il numero assunto come valore non è più *vero* di ogni altro elemento dell'insieme, è soltanto il più conveniente. La ragione per preferire questa impostazione è l'impossibilità di definire operativamente il valore vero (e di conseguenza l'errore). Infatti ogni procedimento per la sua determinazione finisce per coincidere con quello con cui si determina il valore come qui definito. Infine il termine incertezza appare più adatto del termine errore: il primo è sinonimo di imperfetta conoscenza, il secondo di sbaglio.

In modo astratto, una misurazione è una funzione  $\Phi(s)$  che assume come argomento un sistema fisico e produce come valore una misura

$$\Phi(s) = (m \pm \sigma_m)[M], \quad (1.2)$$

dove  $[M]$  è il simbolo per l'unità e  $(m \pm \sigma_m)$  rappresenta l'insieme dei valori possibili.

Concorrono a formare l'incertezza le differenze tra le caratteristiche del sistema e dell'apparato per la misurazione ed i modelli scelti per descrivere i medesimi e la loro interazione, lo stato non perfettamente definito (o non perfettamente definibile) dei due sistemi al momento della misurazione e le loro interazioni con l'ambiente. Un ruolo determinante ha l'incertezza con cui è realizzata l'unità di misura locale (la classe di precisione dello strumento) che costituisce il limite inferiore per l'incertezza della misura.

Seguendo l'impostazione della teoria della misura basata sul valore vero si usa distinguere tra le cause di errore quelle di natura casuale da quelle di natura sistematica. Una misura per la quale sia trascurabile il contributo delle prime è detta precisa, nel caso opposto accurata. Il tiro al bersaglio può chiarire questa binomia: colpi raggruppati ma lontani dal centro indicano un tiro preciso ma non accurato, colpi dispersi intorno al centro indicano un tiro accurato ma impreciso, infine colpi raccolti intorno al centro indicano un tiro preciso ed accurato. La differenza tra l'esempio e le misurazioni è che in una misurazione non esiste alcun centro del bersaglio. In realtà questo è vero solo per misurazioni di altissima qualità in cui si ricorre direttamente alle realizzazioni primarie delle unità. Nei rimanenti casi è possibile, almeno in linea di principio, utilizzare per la misurazione uno strumento oppure un metodo in grado di garantire una incertezza trascurabile. La misura così ottenuta è di fatto il centro del bersaglio e può essere legittimamente assunta quale valore vero. In queste situazioni la teoria della misurazione basata sul valore vero e sulla distinzione tra errori casuali e sistematici è una semplificazione utile.

La distinzione tra i due tipi di errore è la seguente: si intendono casuali quelli i cui effetti sul valore sono attenuati ripetendo la misurazione e mediando i valori ottenuti e sistematici quelli i cui effetti si riproducono invariati ad ogni ripetizione. L'origine di questa distinzione è connessa al seguente paradosso: l'incertezza della media di una serie di valori decresce con la radice del numero di elementi della serie e sembrerebbe potersi ridurre a piacere ripetendo quanto basta la misurazione. La soluzione del paradosso risiede nella possibilità o meno di ottenere valori statisticamente indipendenti in numero arbitrario, ipotesi questa implicita nel calcolo dell'incertezza della media. E' pertanto evidente che la distinzione tra casuale e sistematico è una approssimazione della descrizione di un insieme di misure ripetute in termini della distribuzione congiunta di probabilità o della matrice di covarianza.

L'informazione relativa all'incertezza è a volte sottintesa da una convenzione sul numero di cifre che costituiscono il risultato: l'ordine di grandezza dell'incertezza è quello dell'ultima cifra della misura. La misura della massa del protone 2 yg (yoctogrammi) contiene meno informazione della 1.67 yg: nella prima la presenza di una sola cifra significativa suggerisce un valore compreso tra 1 e 3 yg, nella seconda la presenza di tre cifre significative suggerisce un valore compreso tra 1.66 e 1.68 yg. Ancora, la presenza o

meno di zeri a sinistra del punto decimale suggerisce misure di diversa qualità — ad esempio  $m_n/m_p = 1.00$  indica che l'indagine è stata spinta a decimi ed ai centesimi ottenendo zero per entrambi.

### 1.3 Calcolo dell'incertezza

L'incertezza di una misura dovrebbe essere

- *consistente*: derivabile dalle componenti che vi contribuiscono indipendente da come queste sono raggruppate o decomposte,
- *trasferibile*: utilizzabile per valutare l'incertezza di una di un'altra misura per ottenere la quale è usata la prima.

Inoltre nelle applicazioni industriali e commerciali, così come nelle aree della salute e della sicurezza, è necessario fornire un intervallo intorno al valore che racchiuda una “significativa” frazione della distribuzione di valori attribuita alla grandezza oggetto di misurazione. Così la valutazione dell'incertezza deve fornire tale intervallo con un livello di confidenza corrispondente a quanto richiesto dalle specifiche applicazioni.

La valutazione dell'incertezza contrasta alcuni criteri diffusi nella pratica e basati su due presupposti infondati. Il primo è che l'incertezza debba essere “sicura” o “conservativa”, significando che essa non dovrebbe essere errata per difetto: se la valutazione dell'incertezza è difficile, essa dovrebbe essere sovrastimata. Tuttavia la sovrastima dell'incertezza ha effetti negativi: può incoraggiare l'acquisto di strumenti più costosi di quanto necessario o scoraggiare le calibrazioni. Il secondo è che le cause di incertezza siano classificabili in casuali o sistematiche a seconda della loro natura e che i contributi associati a ciascuna causa debbano essere analizzati e riportati separatamente.

Spesso occorre incorporare nell'analisi del risultato altre misure ciascuna delle quali ha la sua incertezza. Per valutare l'incertezza del risultato è necessaria la miglior stima delle incertezze delle misure incorporate, non un valore “sicuro”. Inoltre è necessario un metodo semplice per combinare queste incertezze ed ottenere l'incertezza finale. Per queste ragioni è opportuno considerare i contributi casuali e sistematici allo stesso modo. La chiave è l'interpretazione statistica dell'incertezza e l'uso delle regole della statistica per la “propagazione degli errori”.

È opportuno raggruppare le componenti dell'incertezza secondo il modo in cui il loro valore numerico è stimato:

- A — quelle valutate secondo metodi statistici,
- B — quelle valutate diversamente,

senza con ciò stabilire una corrispondenza con la usuale classificazione in casuale e sistematico. Nella valutazione dell'incertezza occorre elencare tutte le componenti e specificare quale metodo è stato usato nella stima del loro valore numerico. Le componenti della classe A sono caratterizzate dalla deviazione standard ottenuta con metodi statistici, quelle della classe B da valutazioni approssimate delle corrispondenti deviazioni standard, la cui esistenza viene postulata. L'incertezza totale è ottenuta applicando le regole statistiche per la combinazione delle deviazioni standard ed è interpretata quale deviazione standard del risultato.

I passi per la valutazione dell'incertezza possono essere riassunti come segue. La relazione tra il misurando  $y$  e le grandezze  $x_i$  da cui esso dipende è espressa da una relazione del tipo  $y = f(x_i)$  che include tutte le correzioni che contribuiscono all'incertezza del risultato. Le stime  $\hat{x}_i$  delle grandezze di ingresso sono ottenute dall'analisi statistica di serie di osservazioni o con altri mezzi, ma per ciascuna è disponibile la deviazione standard (incertezza)  $\sigma_i$ .

Nel caso più semplice sono disponibili  $N$  osservazioni (estrazioni casuali) indipendenti (ipotesi *essenziale* per la validità delle formule seguenti) della grandezza di ingresso  $x$ . La miglior stima di tale grandezza, la media aritmetica

$$\hat{x} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k, \quad (1.3)$$

è ancora una variabile casuale con deviazione standard

$$\sigma_{\hat{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N (x_k - \hat{x})^2}{N(N-1)}}. \quad (1.4)$$

Se la grandezza di ingresso non è ottenuta attraverso osservazioni ripetute (in generale attraverso l'analisi statistica si osservazioni ripetute) la sua deviazione standard viene stimata sulla base delle informazioni disponibili: misurazioni precedenti, conoscenza del comportamento del materiale o dello strumento, specificazioni del costruttore, certificati di taratura eccetera.

Viene qui adottato il punto di vista che considera la probabilità una misura del grado di fiducia di un evento. In tal senso una distribuzione di probabilità *a priori* è postulata anche per le componenti di tipo B consentendo, in linea di principio, di stabilire il concetto di deviazione standard. Questo consente di incorporare l'incertezza di un risultato nell'incertezza di un altro risultato per la valutazione del quale il primo viene utilizzato, di utilizzare l'incertezza per valutare l'intervallo corrispondente ad un prestabilito grado di confidenza e di evitare confusioni conseguenti ambigue classificazioni delle cause di errore.

E' importante sottolineare che, per le premesse stabilite, l'applicazione della relazione funzionale  $\hat{y} = f(\hat{x}_i)$  per ottenere la stima  $\hat{y}$  del risultato a partire dalle stime dei parametri produrrà ancora una variabile casuale la cui deviazione standard è calcolabile secondo le regole della statistica. Nel caso più semplice le nonlinearità di  $f$  possono essere trascurate, pertanto

$$\sigma_y^2 = \sum_{i=1}^n c_i^2 \sigma_i^2, \quad (1.5)$$

dove i coefficienti di sensibilità sono le derivate parziali  $c_i = \partial f / \partial x_i$  valutate per  $x_i = \hat{x}_i$ . La relazione (1.4) evidenzia che, secondo l'interpretazione dell'incertezza adottata, gli errori si combinano in modo quadratico.

Un esempio può chiarire quanto detto. Consideriamo la misura  $y$  funzione delle grandezze  $a$ ,  $b$  e  $x$  secondo il modello

$$y = a + bx, \quad (1.6)$$

dove  $a$  è una polarizzazione comune a tutte le osservazioni,  $b$  un fattore di scala ed  $x$  una variabile casuale di cui sono disponibili  $N$  estrazioni indipendenti. Per concretezza possiamo pensare  $x$  la lettura di un termometro alla quale debba essere applicata la correzione espressa dalla (1.6). La polarizzazione ed il fattore di scala sono caratterizzati da una distribuzione di probabilità *a priori*, essendo  $\hat{a}$  e  $\hat{b}$  le migliori stime dei valori medi e  $\sigma_a$  e  $\sigma_b$  le rispettive incertezze (deviazioni standard). La miglior stima di  $x$  è la media aritmetica  $\hat{x}$  dei campioni disponibili la cui incertezza (deviazione standard)  $\sigma_x$  è calcolata secondo la relazione (1.3). Quindi il valore della misura cercata è  $\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}\hat{x}$ . Per valutarne l'incertezza calcoliamo i coefficienti di sensibilità

$$\frac{\partial f}{\partial a} = 1, \quad \frac{\partial f}{\partial b} = \hat{x}, \quad \frac{\partial f}{\partial x} = \hat{b}. \quad (1.7)$$

Quindi

$$\sigma_y = \sqrt{\sigma_a^2 + \hat{x}^2 \sigma_b^2 + \hat{b}^2 \sigma_x^2} \quad (1.8)$$

è l'espressione cercata. Secondo la terminologia tradizionale il terzo termine della (1.8) è un errore casuale in quanto il suo contributo decresce con il numero di campioni  $x_i$  — cfr. relazione (1.4) — mentre i primi due termini sono detti sistematici in quanto indipendenti dal numero di campioni.

## 1.4 La compatibilità

Per stabilire se due misure forniscono o meno informazioni consistenti occorre un criterio operativo che ne consenta il confronto. Tale confronto non può essere basato sul criterio di uguaglianza in quanto ogni misura è una particolare realizzazione di una estrazione casuale e l'uguaglianza in senso aritmetico dei valori non ha significati particolari. E' utile invece basare il criterio di compatibilità sulla valutazione della probabilità che la differenza tra i valori ottenuti sia un numero casuale di media nulla. Pertanto considereremo equivalenti due misure se è *probabile* che il valore non nullo della loro differenza sia casuale.



Per esemplificare come procedere in un caso specifico, consideriamo due misure,  $(a \pm \sigma_a)$  e  $(b \pm \sigma_b)$ , fra loro indipendenti (per semplicità) della stessa realizzazione di una grandezza. Secondo quanto detto in precedenza la differenza dei valori  $y = a - b$  è una variabile casuale con deviazione standard (incertezza congiunta)

$$\sigma_{a-b} = \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2}. \quad (1.9)$$

Diremo le due misure **equivalenti** (o **compatibili**) se la differenza (in modulo) dei loro valori è inferiore alla loro incertezza congiunta

$$(a \pm \sigma_a) \equiv (b \pm \sigma_b) \iff |a - b| < \sigma_{a-b}. \quad (1.10)$$

E' importante notare che la relazione di equivalenza tra misure non è transitiva! Questo fatto si manifesta nella riproduzione di un campione materiale: volendo realizzare una serie di campioni di una unità la procedura corretta richiede il confronto di ogni replica con in campione. Il confronto del primo con l'originale, del secondo con il primo, del terzo con il secondo, e così via è errato in quanto moltiplica l'errore.

Possiamo ora precisare il significato di equivalenza tra misurazioni. Diremo due misurazioni equivalenti se, dette  $a$  e  $b$  le due grandezze definite operativamente dalle misurazioni, la misura della grandezza  $r = a/b$  definita dal rapporto è equivalente al numero uno:

$$(r \pm \sigma_r) \equiv 1, \quad (1.11)$$

ovvero  $|r - 1| < \sigma_r$ . In linea di principio, ogni misurazione definisce una diversa grandezza. Per superare questa complicazione si conviene, spesso implicitamente, di considerare una grandezza come definita dalla classe delle misurazioni equivalenti introducendo un'unica unità di misura per tutte le misurazioni della classe.

Così la definizione di grandezza fisica dipende dall'incertezza della sua misurazione. Questo ha una conseguenza molto importante. L'incertezza che concorre alla definizione di una grandezza riflette il livello di perfezione tecnologica: il progresso può scindere una data grandezza in due o più grandezze per il fatto che misurazioni equivalenti rispetto ad un certo livello di incertezza non risultano più equivalenti. Si pensi ad esempio al calore specifico dei gas o al raggio atomico che, se misurati con precisione adeguata, richiedono sia specificato se riferito a volume o pressione costante (calore specifico) oppure se riferito a legami di tipo covalente o ionico (raggio atomico).

Quando le classi che definiscono due grandezze fisiche hanno intersezione non vuota, almeno una misurazione definisce simultaneamente le due grandezze per il medesimo sistema fisico. Allora le unità di misura (locali) possono essere raccordate e le due grandezze considerate la medesima. Un esempio è l'estensione della scala delle lunghezze d'onda dal visibile alla regione X dello spettro elettromagnetico. Le lunghezze d'onda nel visibile sono misurate mediante interferometria ottica e nella regione X mediante la misurazione dell'angolo di diffrazione da un cristallo. Per ciascuna regione della scala viene scelta un'unità locale: la lunghezza d'onda delle radiazione emessa nella transizione tra i livelli  $2p_{10}$  e  $5d_5$  dell'atomo del kripton-86 (visibile) ed il passo reticolare del cristallo di silicio (X). Il raccordo tra le scale di lunghezza ottica ed atomica è reso possibile da un esperimento in cui un interferometro doppio X ed ottico permette la misurazione del medesimo intervallo di spazio in termini delle due unità locali.



## Chapter 2

# Il Sistema Internazionale (SI)

### 2.1 Note storiche

L'impiego di misure ha origini antichissime: la Bibbia riferisce di unità in uso nel 2000 a.C. Peso e misura appartengono al patrimonio di conoscenze della specie umana sin dalla preistoria, ma si precisano solo se affiancati dal concetto di unità sviluppatosi quando i rapporti all'interno delle comunità divennero tanto complessi da richiedere la specializzazione del lavoro e gli scambi commerciali. Sumeri, Babilonesi ed Egiziani sono tra i primi popoli che svilupparono una attività metrologica: con l'affermarsi di forme complesse di organizzazione sociale diventa compito del sovrano non solo garantire la sicurezza della moneta, ma anche un sistema di unità e campioni in grado di prevenire le frodi. Alcune problematiche metrologiche sono chiaramente delineate: la scelta delle unità riflette l'esigenza di campioni semplicemente disponibili e duplicabili. Così per le misure lineari furono scelte unità antropomorfe: piede, cubito (avambraccio), tesa, spanna, dito sono le più comuni. Lo svantaggio di questi campioni "naturali" è la scarsa riproducibilità. A questo si pose rimedio ricorrendo a campioni materiali imposti e custoditi dal sovrano, ma perdendo la semplicità della duplicazione. La scelta delle unità, la realizzazione del campione e le sue duplicazioni divengono un punto su cui venditore ed acquirente devono trovarsi in accordo e che ogni mercato risolve individualmente avviando il processo di proliferazione di campioni ed unità. L'uso continuo delle unità affermatesi tra le varie comunità portò al loro connaturarsi con gli usi e costumi di quella popolazione: esse vennero a far parte della tradizione commerciale di un popolo e la resistenza ad ogni tentativo di abolirle o modificarle a vantaggio di una unificazione dei pesi e delle misure fu enorme e si protrasse sino a tempi recenti.

Il concetto di superficie non fu risolto nel prodotto di due lunghezze, ma, nelle culture prevalentemente agricole delle prime civiltà, venne associato all'idea di lavoro agreste: la giornata indicava il terreno arabile in un giorno da una coppia di buoi. Similmente l'unità di volume non venne collegata all'unità lineare: per misurare liquidi e sementi si usarono botti, tazze e boccali.

Mentre tutte le civiltà antiche fondarono i loro sistemi di pesi e misure su campioni materiali di lunghezza, capacità e peso, i Cinesi furono gli unici a basare, fin dal VI secolo a.C., il sistema di unità su di un solo fenomeno fisico senza introdurre specifici campioni materiali. Una campana che percossa esternamente emetteva una nota determinata univocamente dalla forma, dimensioni e materiale definiva le unità di lunghezza (la corda che vibrando emetteva la stessa nota), di peso (quello della campana) e di capacità (il contenuto). Nel I secolo d.C. le campane vennero abbandonate in favore di una canna di flauto: la base per le misure lineari (la larghezza di un grano di miglio medio) è la frazione  $1/90$  della lunghezza del flauto che emette una nota caratteristica, quella per le misure di massa la frazione  $1/12$  della massa totale dei grani di miglio (di dimensioni medie) che riempiono il flauto. L'idea di ottenere le unità da un fenomeno naturale è estremamente innovativa sia dal punto di vista metodologico che pratico: fissata l'unità primaria in modo astratto viene indicato come realizzarne la definizione mediante una campana oppure un flauto. La realizzazione si presta ad una riproduzione agevole e precisa combinando i vantaggi dei campioni antropomorfi e dei campioni materiali. Purtroppo questo criterio rimase un fatto isolato e non influì sugli sviluppi della metrologia in occidente dove l'incapacità di definire unità astratte e svincolate dal mondo degli oggetti ebbe conseguenze che si protrassero sino allo sviluppo dell'era industriale.

La metrologia quale aspetto del sapere non è oggetto di attenzioni e l'interesse su pesi e misure è scarso per tutto il medioevo. Il primo tentativo di imporre l'universalità dei comportamenti culturali e commerciali

da parte di Carlo Magno (promulgazione dell'Adomutio Generalis nel 789) non venne recepito nei suoi aspetti metrologici ("affinché tutti abbiano misure uguali e rette e pesi giusti ed uguali"): un secolo più tardi è Carlo il Calvo a tentare quantomeno di frenare le frodi minacciando sanzioni.

Il quadro metrologico in occidentale inizia a mutare durante il Rinascimento con lo sviluppo di una fiorente attività commerciale che promuove direttamente ed indirettamente una intensa attività scientifica. L'attività mercantile richiede strumenti ed unità per misurare e pesare, ma anche la tecnologia per intraprendere lunghi viaggi per rifornirsi di merci. Sono ben testimoniate l'importanza del possesso di campioni ufficiali per le misure (intagliati o murati nel battistero o nelle piazze di mercato) e di una moneta "forte". Nell'impossibilità di sostituire le unità tradizionali, ogni cura venne posta all'istituzione di ragguagli tra i diversi sistemi. È significativo che i ragguagli siano stabiliti principalmente tra unità di peso: il mercante fa uso di bilance e la chiarezza dei campioni di peso è una esigenza primaria.

La navigazione pone problemi di astronomia, geodesia e cartografia. Il problema fondamentale divenne la determinazione corretta della longitudine e Galilei, tra i primi, dimostrò che un orologio di elevata precisione poteva fornire la soluzione (dal confronto tra l'ora indicata dall'orologio, sincronizzato sull'ora solare del porto di partenza, con l'ora solare locale). Furono tuttavia necessari anni di progressi tecnici ed un gran numero di premi posti in palio da regnanti e compagnie di navigazione per realizzare orologi in grado di conservare con precisione l'ora del meridiano di riferimento. Nacquero così i cronometri di marina che diedero un impulso senza precedenti alle misure di tempo. La precisione del pendolo e la semplicità della legge che ne governa il movimento fecero strada all'idea di un campione naturale per l'unità di lunghezza: il pendolo che batte il secondo o l'arco di meridiano che sottende un angolo pari ad 1'. Per la prima volta viene proposto in occidente un sistema di unità basato su di un fenomeno naturale: Burattini nel trattato sulla Misura Universale (1675) definisce *metro cattolico* (cioè universale) la lunghezza del pendolo che compie una oscillazione in un secondo e *peso cattolico* il peso dell'acqua in un cubo il cui lato è un sedicesimo del metro cattolico. In tal modo "in tutti i luoghi del mondo si può trovare una misura ed un peso universale senza che abbiano relazione con nessun'altra misura e nessun altro peso, ed in ogni luogo saranno i medesimi e saranno inalterabili e perpetui"

Nel panorama metrologico del '700 l'uniformità e la giustezza dei campioni sono difficilmente ottenibili. All'interno dei vari Stati ci si preoccupa di creare una rete di campioni ufficiali marcati e periodicamente controllati: si crea una gerarchia che stabilisce la città detentrica dei campioni di riferimento per una certa area geografica, ad esempio quella dove si tiene il mercato più importante. Accanto alla attività legale si assiste al sorgere di officine per la costruzione di strumenti di precisione di cui la scienza, solidamente basata sulla metodologia sperimentale, ha sempre maggiore bisogno. L'invenzione del termometro richiede un intervento metrologico nuovo per la determinazione, fissati alcuni punti convenzionali, di una scala di temperature. Partendo da una base scientifica comune e non influenzati da retaggi culturali preesistenti questa operazione è portata a termine da Fahrenheit (1079) e Réaumur (1731) le cui proposte sono adottate da Inghilterra e Francia. Alla fine del '700, l'inizio dell'era industriale, la sistematizzazione della meccanica avvenuta a partire da Galilei ed il crescente sviluppo geografico dei bacini di interesse scientifico e commerciale impongono la sistematizzazione dei sistemi di unità. Tale esigenza germina durante la rivoluzione francese con la proposta di Ms. de Talleyrand all'Assemblea Nazionale di adottare "un sistema uniforme di pesi e misure che potesse essere accettabile per illuminare le nazioni del mondo". Non va dimenticato che il senso politico di tale proposta riflette la coscienza delle implicazioni economiche che le misure comportano. Viene adottato il quarto di meridiano come base "naturale" del nuovo sistema di unità affidandone a Delambre e Méchain la misurazione della lunghezza ed a Lavoisier la misurazione del peso di un dm<sup>3</sup> di acqua. Nel 1795 nasce in Francia il Sistema Metrico Decimale basato sulle unità di lunghezza (metro), peso (kilogrammo) e volume (litro). Le realizzazioni delle unità basate su campioni naturali non sono tuttavia in grado di soddisfare al meglio le esigenze di precisione né di competere con le realizzazioni basate su prototipi. Così, nel 1799, le definizioni di metro e kilogrammo sono abbandonate in favore di prototipi in platino, i *campioni degli Archivi*. Con la Convenzione del Metro (Sèvres 1875), in cui i firmatari si impegnano ad accettare ed applicare le norme emanate dal Bureau International des Poids et Mesures (BIPM), inizia la storia del Sistema Internazionale e le prime copie del metro e del kilogrammo, basate sui campioni degli Archivi, sono distribuite ai paesi aderenti.

Nel 1948 la IX Conférence Générale des Poids et Mesures (CGPM) istituì il Bureau International des Poids et Mesures (CIPM) con lo scopo di: studiare un insieme completo di regole per le unità di misura, di identificare a questo scopo l'opinione prevalente nelle comunità scientifiche, tecniche ed educative di ogni Paese, di suggerire un sistema di unità di misura idoneo ad essere adottato da tutti i firmatari la Convenzione del Metro. Questo lavoro portò, attraverso le risoluzioni nr. 6 della X CGPM (1954) e nr. 3 della XIV CGPM (1971) all'adozione di un *sistema pratico delle unità* basato sulle grandezze: lunghezza, massa, tempo,

Table 2.1: Dimensioni delle grandezze di base

grandezza	dimensione
lunghezza	L
massa	M
tempo	T
corrente elettrica	I
temperatura termodinamica	$\Theta$
quantità di sostanza	N
intensità luminosa	J

corrente elettrica, temperatura termodinamica, quantità di sostanza ed intensità luminosa. Nel 1960 la XI CGPM adotta il nome Sistema Internazionale delle Unità, l'acronimo SI e le regole per i prefissi, le unità supplementari e derivate e per ogni altro dettaglio, stabilendo così un insieme completo di specificazioni per le unità di misura.

## 2.2 Le classi di unità

Il Sistema Internazionale è un insieme di definizioni e di regole per ottenere tutte le unità necessarie all'osservazione dei fenomeni naturali e nella tecnologia in modo coerente ed omogeneo. Le unità SI sono divise in tre classi: di base, derivate e supplementari, anche se, dal punto di vista scientifico, questa classificazione è arbitraria.

Abbiamo visto che il termine grandezza designa un attributo di un fenomeno, di un oggetto o di una sostanza individuato univocamente e determinato quantitativamente. Le leggi della fisica stabiliscono relazioni tra grandezze e consentono di rappresentare ciascuna di esse in termini di prodotti di potenze delle altre. Allo scopo di definire un sistema di unità, è utile considerare alcune grandezze come indipendenti (ossia considerarle grandezze di base), definire le rimanenti da equazioni ed introdurre il concetto di dimensione. Quante e quali grandezze debbano essere considerate indipendenti è questione di convenzioni. Nel Sistema Internazionale sette grandezze (tempo, lunghezza, massa, corrente elettrica, temperatura termodinamica, quantità di sostanza e intensità luminosa) sono convenzionalmente accettate come dimensionalmente indipendenti (ossia non derivate da altre grandezze attraverso una legge fisica) e costituiscono le grandezze di base utilizzate per la rappresentazione dimensionale di ogni grandezza. Le dimensioni delle grandezze di base sono rappresentate dai simboli nella Tabella ??.

La **dimensione** di ogni grandezza è espressa in termini delle dimensioni delle grandezze di base da un'equazione **dimensionale** ottenuta dall'equazione che la definisce. In generale, la dimensione di una grandezza  $Q$  è  $\dim Q = L^\alpha M^\beta T^\gamma I^\delta \Theta^\epsilon N^\zeta J^\eta$ . Due grandezze possono essere sommate solo se hanno la medesima dimensione e sono moltiplicate o divise secondo regole algebriche. Ad esempio la dimensione della velocità è  $\dim v = LT^{-1}$ . Alcune grandezze, come ad esempio il coefficiente di espansione lineare, per le quali tutti gli esponenti delle grandezze di base nella loro rappresentazione dimensionale sono nulli, sono dette adimensionate.

Una unità di misura è una particolare realizzazione di una specifica grandezza, scelta per convenzione (ad esempio la lunghezza di uno specifico regolo), per mezzo della quale viene espressa (in termini di rapporto) la misura di ogni altra realizzazione della medesima grandezza ed a cui viene convenzionalmente assegnato un nome ed un simbolo. Le unità di misura delle grandezze di base del Sistema Internazionale (metro, kilogrammo, secondo, ampere, kelvin, mole e candela) costituiscono le unità di base. Le unità di misura di ogni altra grandezza sono ottenute in modo coerente combinando, con fattore di proporzionalità unitario, le unità di base secondo relazioni algebriche, stabilite dalle leggi fisiche, tra le corrispondenti grandezze. Inoltre, ad alcune unità derivate sono assegnati nomi e simboli propri.

Le unità di angolo piano (radiante) e solido (steradiano) sono classificate supplementari. Considerato che gli angoli sono espressi dal rapporto di lunghezze o aree, per mantenere la coerenza del sistema, le unità di angolo piano e solido sono considerate derivate ed adimensionate. Tuttavia vengono loro mantenuti nomi e simboli specifici che possono essere usati per distinguere unità derivate della stessa dimensione ma

di natura diversa. Ad esempio la frequenza e la velocità angolare hanno la medesima dimensione ma diverse unità di misura: 1/s e rad/s.

## 2.3 Unità di base

### 2.3.1 metro — m

La definizione del metro basata sul prototipo internazionale di platino-iridio, promulgata nel 1889, fu sostituita nel 1960 (XI CGPM) da una definizione basata sulla lunghezza d'onda della radiazione emessa durante una particolare transizione del krypton-86. Al fine di accrescere la precisione della realizzazione del metro, nel 1983 la XVII CGPM sostituì quest'ultima definizione con:

*il metro è la lunghezza del cammino percorso dalla luce nel vuoto in un intervallo di tempo di  $1/299792458$  di secondo.*

Il prototipo internazionale del metro è tuttora conservato presso il BIPM nelle condizioni specificate nel 1889.

### 2.3.2 kilogrammo — kg

Il kilogrammo è la sola unità di base la cui definizione sia basata su di un campione materiale come sanzionato nel 1889 della I CGPM,

*d'ora innanzi questo prototipo sarà considerato l'unità di massa.*

Il prototipo internazionale del kilogrammo, costruito in lega di platino ed iridio, è conservato presso il BIPM nelle condizioni specificate nel 1889.

### 2.3.3 secondo — s

Il secondo fu definito in origine come la frazione  $1/86400$  del giorno solare medio, la cui esatta definizione venne lasciata agli astronomi. Per ovviare alle incertezze originate dalle irregolarità della rotazione terrestre, nel 1960 venne adottata una nuova definizione basata sull'anno tropico. Tuttavia risultati sperimentali indicavano che una definizione basata sulla frequenza della radiazione emessa nella transizione di un atomo tra due livelli energetici poteva essere realizzata e riprodotta con maggiore accuratezza. Nel 1967 la XIII CGPM decise di sostituire la definizione del secondo con:

*il secondo è la durata di  $9192631770$  periodi della radiazione corrispondente alla transizione tra due livelli iperfini dello stato fondamentale dell'atomo del cesio-133.*

### 2.3.4 ampere — A

Unità (dette internazionali) per corrente e resistenza elettriche furono introdotte dall'International Electrical Congress tenuto in Chicago nel 1893. Nel 1948 la IX CGPM decise abolirle e di adottare per l'unità di corrente elettrica, scelta quale ulteriore unità di base, la definizione

*l'ampere è quella corrente costante che, se mantenuta in due conduttori rettilinei e paralleli, di lunghezza infinita, di sezione circolare trascurabile e posti in vuoto alla distanza di 1 m, produrrebbe tra questi una forza pari a  $2 \times 10^{-7}$  N ogni metro di lunghezza.*

### 2.3.5 kelvin — K

L'unità di temperatura termodinamica è definita (1954 — X CGPM) scegliendo il punto triplo dell'acqua quale punto fisso fondamentale ed assegnando ad esso la temperatura (assoluta) di 273.16 K. Infatti *il kelvin è la frazione  $1/273.16$  della temperatura termodinamica del punto triplo dell'acqua.*

### 2.3.6 mole — mol

Unità di quantità di sostanza sono state introdotte sin dalla scoperta delle leggi fondamentali della chimica. Per sostanza si intende una specie chimica ben definita composta da entità elementari, atomi o molecole, chiaramente identificate. Queste unità furono basate sulle masse atomiche relative riferite, dai fisici, alla massa dell'isotopo 16 dell'ossigeno e, dai chimici, alla massa media dell'ossigeno in composizione naturale. Questa situazione ebbe termine nel 1959/60 con l'accordo di assegnare il valore 12 alla massa atomica

Table 2.2: Prefissi SI

fattore	prefisso	simbolo	fattore	prefisso	simbolo
$10^{24}$	yotta	Y	$10^{-1}$	deci	d
$10^{21}$	zetta	Z	$10^{-2}$	centi	c
$10^{18}$	exa	E	$10^{-3}$	milli	m
$10^{15}$	peta	P	$10^{-6}$	micro	$\mu$
$10^{12}$	tera	T	$10^{-9}$	nano	n
$10^9$	giga	G	$10^{-12}$	pico	p
$10^6$	mega	M	$10^{-15}$	femto	f
$10^3$	kilo	k	$10^{-18}$	atto	a
$10^2$	hecto	h	$10^{-21}$	zepto	z
$10^1$	deca	da	$10^{-24}$	yocto	y

del carbonio-12. Per definire l'unità di quantità di sostanza non rimane che fissare la massa di carbonio-12 corrispondente. La definizione adottata (XIV CGPM 1971) è:

*la mole è la quantità di sostanza che contiene tante entità elementari quanti sono gli atomi in 0.012 kg di carbonio-12.*

Quando si usa la mole, le entità elementari devono essere specificate e possono essere atomi, molecole, ioni, elettroni, altre particelle o gruppi specificati di tali particelle.

### 2.3.7 candela — cd

Le unità di intensità luminosa basate su fiamme e filamenti incandescenti in uso fino al 1948 furono inizialmente sostituite da una definizione basata sulla radiazione di corpo nero alla temperatura di solidificazione del platino. Le difficoltà di realizzazione di un corpo nero ad alta temperatura e l'evoluzione della radiometria portarono la XVI CGPM nel 1979 ad adottare la definizione:

*la candela è l'intensità luminosa, in una data direzione, di una sorgente che emette radiazione monocromatica di frequenza  $540 \times 10^{12}$  Hz e che ha una intensità radiante in quella direzione di 1/683 W/srad.*

## 2.4 Prefissi SI

Il Sistema Internazionale è decimale, ossia multipli e sottomultipli delle unità sono ottenuti attraverso moltiplicazioni o divisioni per potenze di 10. I simboli dei prefissi da utilizzare per formare nomi e simboli dei multipli e sottomultipli decimali delle unità SI sono riportati nella Tabella ??.

In accordo con i principi generali adottati dall'ISO, sono raccomandate alcune regole per l'uso dei prefissi:

- i prefissi vanno scritti in carattere "roman" senza alcuna spaziatura tra il prefisso e l'unità,
- il gruppo prefisso-unità costituisce un nuovo simbolo (inseparabile) che può essere elevato a potenza e combinato con altri simboli,
- i prefissi composti sono vietati,
- un prefisso non deve mai essere utilizzato da solo.

Tra le unità SI, l'unità di massa è la sola il cui nome, per ragioni storiche, contiene un prefisso. In questo caso i simboli e nomi dei multipli e sottomultipli decimali vanno formati utilizzando l'unità grammo.

## 2.5 Organizzazione della metrologia

La Convenzione del Metro costituisce l'elemento di unificazione dei sistemi di unità in uso nei vari paesi: nel 1960 le nazioni ad essa aderenti si impegnarono ad introdurre il Sistema Internazionale. La Convenzione

del Metro definisce l'organizzazione internazionale della metrologia attraverso l'istituzione della CGPM, del CIPM e del BIPM.

La CGPM opera a livello diplomatico e si riunisce, di norma, ogni quattro anni. Di essa fanno parte rappresentanti di tutti i paesi aderenti alla Convenzione del Metro. Tra i compiti principali della CGPM sono la promozione di ricerche per il miglioramento dell'SI, l'aggiornamento del medesimo tramite raccomandazioni e risoluzioni promulgate sulla base dello sviluppo scientifico e tecnologico e la programmazione dell'attività del BIPM.

Il CIPM si riunisce, di norma, una volta l'anno ed è costituito, a titolo personale e non in rappresentanza ufficiale dei loro paesi, da esperti delle nazioni aderenti alla Convenzione del Metro. Tra i compiti principali del CIPM sono la cura dell'attuazione delle delibere della CGPM, l'emanazione di raccomandazioni sui campioni delle unità e sui metodi di misurazione e la sorveglianza dell'attività del BIPM. Il CIPM si avvale della collaborazione di otto Comitati Consultivi per:

- elettricità,
- fotometria e radiometria,
- definizione del metro,
- definizione del secondo,
- radiazioni ionizzanti,
- unità di misura,
- massa e grandezze apparentate,
- quantità di sostanza.

I Comitati Consultivi sono composti da specialisti nei settori specifici, che propongono raccomandazioni e talora si organizzano in gruppi di lavoro per studi o iniziative particolari.

Il BIPM, costituito con un decreto della Convenzione del Metro, è un laboratorio permanente con personale proprio ed un punto di riferimento internazionale per la metrologia. I compiti del BIPM sono: stabilire i campioni e le scale delle grandezze fisiche, conservare e disseminare i prototipi internazionali, effettuare confronti tra i campioni internazionali e quelli nazionali, effettuare e coordinare misurazioni delle costanti fondamentali della fisica.

Le esigenze della metrologia scientifica furono sentite vivamente dapprima nei Paesi più industrializzati: sorsero così, in Germania, il Physikalisch-Technische Reichsanstalt (PTR) nel 1887, oggi Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB), in Inghilterra, il National Physical Laboratory (NPL) nel 1899 e, negli Stati Uniti, National Bureau of Standards (NBS) nel 1901, oggi National Institute for Standards and Technology (NIST). Seguendo tali esempi, laboratori preposti alla attuazione delle norme emanate dalla CGPM attraverso la realizzazione dei campioni primari, la ricerca ed il controllo della attività metrologica sono sorti in tutti i paesi industrializzati. Per l'Italia i laboratori metrologici primari sono: per la meccanica e la termometria l'Istituto di Metrologia "G. Colonnetti" (IMGC), per l'elettromagnetismo e l'acustica l'Istituto Elettrotecnico Nazionale "G. Ferraris" (IENGF), per le radiazioni ionizzanti l'Ente per le Nuove Tecnologie, l'Energia e l'Ambiente (ENEA), per il settore sanitario l'Istituto Superiore di Sanità (ISS). Tra le attività degli istituti metrologici primari sono: la realizzazione delle unità e della scala internazionale di temperatura, il mantenimento dei campioni nazionali e dell'insieme delle unità assicurandone, in accordo con la Convenzione del Metro, la riferibilità corrispondenti campioni ed unità internazionali, lo sviluppo di nuovi e più precisi metodi per le misurazioni, il miglioramento della determinazione delle costanti fondamentali della fisica.

Per migliorare la qualità della produzione industriale ed incrementare gli scambi commerciali a tecnologia avanzata si è riscontrata la necessità di garantire la riferibilità delle misure effettuate nei laboratori industriali ai campioni nazionali delle unità di misura. La riferibilità delle misure è richiesta in misura crescente nei più diversi settori: ricerca, sviluppo ed analisi di prodotti, controllo dei sistemi di produzione, commercio. L'aumento della cooperazione industriale, anche al di fuori dei confini nazionali, e soprattutto la tendenza ad ottenere un prodotto finito riunendo componenti di provenienze disparate, costringe i costruttori a severi controlli per ridurre le tolleranze dei rispettivi prodotti. In altri termini è necessario che le misure effettuate in un dato Paese siano riconosciute anche nei Paesi con i quali si intrattengono scambi commerciali, soprattutto di apparecchi e strumenti. Per fronteggiare questa esigenza sono stati organizzati



servizi nazionali di taratura che accreditano laboratori secondari e permettono ad essi di emettere certificati ufficiali. Questi servizi sono coordinati a livello europeo dalla Western European Calibration Cooperation (WECC) che si propone di favorire lo scambio di conoscenze, di armonizzare le procedure di accreditamento e di sviluppare la fiducia reciproca favorendo la firma di accordi di mutuo riconoscimento. Per quanto riguarda l'Italia, a partire dal 1979, gli istituti metrologici primari hanno riconosciuto numerosi laboratori quali Centri di Taratura, costituendo il Servizio di Taratura in Italia (SIT). Al fine di qualificare e riconoscere un laboratorio quale Centro di Taratura, gli istituti primari pongono in atto programmi di qualificazione e procedure di riconoscimento, mantenimento, rinnovo, estensione o modifica. I Centri di Taratura italiani hanno facoltà di emettere certificati di taratura per specifici strumenti, campi e condizioni di misura aventi la stessa validità di quelli rilasciati dagli istituti metrologici primari. In questo modo viene garantita la riferibilità delle misure a livello nazionale ed internazionale, grazie ai collegamenti tra gli istituti primari, l'attività del BIPM ed ai mutui riconoscimenti tra i servizi di taratura di Paesi diversi.

## 2.6 Disposizioni legislative

La metrologia non riguarda solo la comunità scientifica, ma ha uno stretto legame con il commercio e le attività industriali. La metrologia scientifica opera in modo dinamico sotto le spinte dell'avanzamento scientifico e tecnologico, la metrologia legale predispose le leggi a cui è obbligo attenersi e ne controlla l'attuazione. Per quanto riguarda la metrologia legale, essa fa capo, sul piano internazionale, all'Organisation Internationale de Métrologie Légale (OIML) ed, in Italia, al Servizio Metrico che, attraverso l'Ufficio Centrale Metrico e gli uffici decentrati alle dipendenze del Ministero dell'Industria, Commercio ed Artigianato, esegue i controlli dei campioni e degli strumenti in uso nelle transazioni commerciali.

La legislazione della Comunità Economica Europea dovrebbe condurre ad usi e linguaggio comuni nel campo delle misurazioni. La Commission of the European Communities (CEE) ha emanato fin dal 1971 cinque direttive (18/10/71, 27/7/76, 20/12/79, 18/12/84, 27/11/89) per uniformare le misurazioni nei Paesi membri attraverso l'impiego dell'SI. Esse individuano cinque gruppi di unità:

- unità SI — obbligatorie per tutti gli Stati membri,
- unità fuori sistema ammesse tra le unità SI,
- unità fuori sistema ammesse solo in particolari settori applicativi,
- unità temporaneamente in uso,
- unità da abrogare.

Gli obblighi di adozione riguardano gli strumenti per misurazione, le misurazioni e le unità impiegate nei settori economico, amministrativo, sanitario e della sicurezza pubblica. I Paesi membri sono impegnati a legiferare in merito facendo proprie le direttive emanate e l'Italia ha promulgato al riguardo la Legge 122 del 14/4/78 — che impone l'uso dell'SI — e successivamente i DPR 789 ed 802 del 12/8/82. Successivamente la Legge 273 del 11/8/91 ed il DM 591 del 30/11/93 (pubblicato sul Supplemento Ordinario della Gazzetta Ufficiale n. 37 del 15/2/94) hanno assegnato la realizzazione dei campioni primari nazionali delle unità SI all'IMGC, all'IENGF ed all'ENEA — per i rispettivi campi di attività.

## 2.7 Normativa

Accanto alla ricerca per migliorare i campioni e le tecniche di misurazione, la metrologia scientifica contribuisce alla stesura delle norme nazionali ed internazionali. Ciò avviene attraverso la partecipazione all'attività degli enti preposti alla compilazione di norme relative all'uso delle unità di misura nei vari campi applicativi: l'International Organization for Standardization (ISO) e l'International Electrical Committee (IEC). In Italia gli enti addetti ad emanare norme scientifico-tecniche in armonia con le norme internazionali sono l'Ente Nazionale Italiano di Unificazione (UNI) ed il Comitato Elettrotecnico Italiano (CEI). Nel seguito sono brevemente recensiti i principali documenti disponibili sull'analisi e la presentazione del risultato di una misurazione.

### **2.7.1 BIPM - Le Système International d'Unités**

Dal 1970 il BIPM pubblica regolarmente questo documento bilingue (francese ed inglese) che contiene le risoluzioni e le raccomandazioni del CGPM e del CIPM sul Sistema Internazionale. Sono fornite inoltre informazioni ed estratti delle norme ISO per l'uso del sistema. Sono riportate in ordine cronologico le decisioni promulgate dal 1889 e descritte alcune realizzazioni delle unità consistenti con le definizioni astratte.

### **2.7.2 ISO 31 — Quantities and units**

Lo scopo di questa norma è la standardizzazione dei simboli per le grandezze fisiche, per le unità e per gli enti matematici usati nella scienza e nella tecnica. Consiste di 14 parti: 0) principi generali, 1) spazio e tempo, 2) fenomeni periodici, 3) meccanica, 4) calore, 5) elettricità e magnetismo, 6) elettromagnetismo, 7) acustica, 8) fisica molecolare e chimica, 9) fisica atomica e nucleare, 10) reazioni nucleari e radiazioni ionizzanti, 11) simboli matematici, 12) numeri caratteristici, 13) fisica dello stato solido.

### **2.7.3 ISO — International vocabulary of basic and general terms in metrology**

E' un vocabolario bilingue (francese ed inglese) preparato da un gruppo di lavoro misto formato da esperti nominati da BIPM, IEC, IFCC (International Federation of Clinical Chemistry), ISO, IUPAC (International Union of Pure and Applied Chemistry), IUPAP (International Union of Pure and Applied Physics), OIML e pubblicato sotto gli auspici di queste organizzazioni. Il vocabolario ha una posizione conservativa nella definizione dei termini errore ed incertezza e la terminologia considerata si riferisce in particolare alle misurazioni tecniche dove sono richieste prestazioni "modeste".

### **2.7.4 UNI 4546 — Misure e misurazioni: Termini e definizioni fondamentali**

E' la norma italiana di riferimento per il settore delle misurazioni. Esamina le caratteristiche generali della misurazione ma non specifiche situazioni, pur importanti per la pratica industriale, da trattarsi con metodi statistici. Vengono stabiliti e discussi i termini fondamentali per grandezze, misure e misurazioni, letture, incertezze, tarature e classi di precisione. Essa tratta i dispositivi per la misurazione e/o la regolazione in regime stazionario; in particolare: gli strumenti per la misurazione, i campioni materiali, i sensori. Tutti gli argomenti sono discussi in modo complesso ed approfondito.

### **2.7.5 ISO — Guide to the expression of uncertainty in measurement**

Riportando il risultato di una misurazione è obbligatorio fornire informazioni quantitative circa la sua qualità e, sebbene l'analisi degli errori sia da tempo parte della pratica metrologica, il concetto di incertezza quale attributo quantificabile è relativamente nuovo. Per la rapida comprensione e la corretta interpretazione di una vasta gamma di misure è necessario il consenso generalizzato sulla valutazione e l'espressione dell'incertezza e, nell'era del mercato globale, è imperativo che il metodo per valutare ed esprimere l'incertezza sia uniforme. La guida risponde a queste esigenze stabilendo regole generali per valutare ed esprimere l'incertezza nelle misurazioni a vari livelli di qualità ed in molti campi della scienza e della tecnologia. E' basata sulle raccomandazioni del CIPM (le sole adottate a livello intergovernativo) ed è stata preparata da un gruppo di lavoro misto formato da esperti nominati da BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP, OIML e pubblicata sotto gli auspici di queste organizzazioni.

## 2.8 Acronimi nel testo

BIPM	—	Bureau International des Poids et Mesures
CGPM	—	Conférence Générale des Poids et Mesures
CIPM	—	Comité International des Poids et Mesures
CEE	—	Commission of the European Communities
CEI	—	Comitato Elettrotecnico Italiano
ENEA	—	Ente per le Nuove Tecnologie, l'Energia e l'Ambiente
IEC	—	International Electrical Committee
IENGF	—	Istituto Elettrotecnico Nazionale "G. Ferraris"
IFCC	—	International Federation of Clinical Chemistry
IMGC	—	Istituto di Metrologia "G. Colonnetti"
ISO	—	International Organization for Standardization
ISS	—	Istituto Superiore di Sanità
IUPAC	—	International Union of Pure and Applied Chemistry
IUPAP	—	International Union of Pure and Applied Physics
NBS	—	National Bureau of Standards
NIST	—	National Institute for Standards and Technology
NPL	—	National Physical Laboratory
OIML	—	Organisation Internationale de Métrologie Légale
PTB	—	Physikalisch-Technische Bundesanstalt
PTR	—	Physikalisch-Technische Reichsanstalt
SI	—	Système International d'Unités
SIT	—	Servizio di Taratura in Italia
UNI	—	Ente Nazionale Italiano di Unificazione
WECC	—	Western European Calibration Cooperation